

УДК: 519.8
JEL: L14; L24; P41

ПРИМЕНЕНИЕ КОНТРАКТА С РЕТРО-БОНУСОМ ДЛЯ КООРДИНАЦИИ ЦЕПИ ПОСТАВОК

И. В. Березинец, Н. А. Зенкевич, Н. К. Никольченко, А. С. Ручьева

Санкт-Петербургский государственный университет, Российская Федерация, 199034,
Санкт-Петербург, Университетская наб., 7–9

Для цитирования: Березинец И. В., Зенкевич Н. А., Никольченко Н. К., Ручьева А. С. 2019. Применение контракта с ретро-бонусом для координации цепи поставок. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Менеджмент* 18 (3): 317–340.
<http://doi.org/10.21638/11701/spbu08.2019.301>

Решение проблемы координации цепи поставок осуществляется за счет применения механизмов координации, направленных на то, чтобы мотивировать участников на согласованные действия, приводящие к улучшению результативности всей цепи с учетом индивидуальных интересов участвующих сторон. Одним из таких механизмов являются координирующие контракты. В статье рассмотрено решение проблемы координации с применением контракта с ретро-бонусом для цепи поставок, состоящей из поставщика и ритейлера, в предположении, что спрос является случайным, а розничная цена на продукцию фиксирована. Ретро-бонус представляет собой вознаграждение, которое поставщик выплачивает ритейлеру за каждую единицу продукции, проданную сверх определенного целевого показателя продаж. Контракт с ретро-бонусом направлен на то, чтобы мотивировать ритейлера продавать больше и за счет этого зарабатывать дополнительный бонус. Данный тип контракта активно применяется в цепях поставок при взаимодействии производителя с ритейлером. Авторами сформулирована математическая постановка задачи координации цепи поставок, процесс заключения контракта с ретро-бонусом формализован как двухшаговая игра двух лиц и дано определение координирующего контракта. Представлен разработанный алгоритм построения координирующего контракта в цепях поставок с применением контракта с ретро-бонусом как в общем виде, так и для случая, когда на параметры контракта накладываются дополнительные ограничения. Доказано, что контракт с ретро-бонусом не является координирующим без дополнительных ограничений на параметры контракта. Разработанный алгоритм построения условно координирующего контракта реализован на примере гонконгской цепи поставок, состоящей из производителя и ритейлера детской одежды.

Ключевые слова: цепь поставок, координация, координирующий контракт, контракт с ретро-бонусом, условно координирующий контракт.

© Санкт-Петербургский государственный университет, 2019

ВВЕДЕНИЕ

Проблема управления цепями поставок включает в себя оптимизацию процессов, связанных с информационными, материальными и финансовыми потоками в цепях поставок, а также вопросы межфирменного взаимодействия участников цепи. Многочисленные исследования показывают, что для эффективной работы цепи поставок необходима высокая степень интеграции и координации между участниками [Березинец, Зенкевич, Никольченко, 2018; Whang, 1995; Lariviere, 1999; Ghosh, Khanra, 2018; Sadeghi et al., 2019], так как интересы компаний — участников цепи не всегда совпадают с интересами всей цепи. Цель координации цепи поставок можно сформулировать следующим образом: повысить результативность всей цепи поставок без ухудшения результативности деятельности компаний — участников цепи и разделить риски участников цепи между заинтересованными сторонами [Tsai, Lovejoy, 1999; Heydari, Choi, Radkhah, 2017; Huang, He, Li, 2018].

Координация цепи осуществляется за счет механизмов, которые представляют собой определенный набор приемов и техник, применяемых для управления взаимосвязями между участниками цепи [Arshinder, Deshmukh, 2008; Berezinets et al., 2018; Liu, Zhou, Wang, 2018]. Эти механизмы направлены на то, чтобы мотивировать участников цепи на согласованные действия, приводящие к улучшению результативности всей цепи, но с учетом индивидуальных интересов участвующих сторон.

Важное место в исследованиях по использованию механизмов координации цепи поставок занимают координирующие контракты (договоры). Интерес исследователей и практиков к данной теме объясняется ее большой прикладной значимостью. В частности, это связано с тем, что применение координирующих контрактов позволяет мотивировать участников цепи максимизировать прибыль всей цепи даже в тех ситуациях, когда они руководствуются только собственными интересами [Whang, 1995; Chakraborty, Chauhan, Vidyarthi, 2015; Becker-Peth, Thonemann, 2016]. В первых работах по координации цепи поставок при помощи контрактов [Whang, 1995; Cachon, 1999; Lariviere, 1999; Tsai, Lovejoy, 1999] было показано, что применение координирующих контрактов в цепи поставок помогает достичь максимума прибыли всей цепи поставок, снижения стоимости запасов и распределения рисков между ее участниками [Tsai, Lovejoy, 1999].

Как показывает анализ современных исследований по проблеме координации цепи, выводы о координирующих свойствах того или иного контракта противоречивы. Это связано с тем, что сами подходы к понятию координирующего контракта различны. Общим требованием, согласно которому контракт можно назвать координирующим, является то, что его применение позволяет максимизировать прибыль цепи поставок [Wong, Qi, Leung, 2009; Leng, Parlar, 2010]. Однако из максимальной прибыли цепи не следует, что прибыль каждого участника также будет максимальной, значит, не у всех участников цепи появится мо-

тивация к соблюдению условий контракта. Кроме того, отдельные исследователи отмечают, что прибыль участников цепи при использовании координирующего контракта должна быть больше, чем без него. Такую ситуацию называют взаимовыгодной (win-win situation) [Taylor, 2002; Saha, 2013]. Другие исследователи, используя теоретико-игровой подход к определению координирующего контракта, моделируют ситуацию заключения контракта между двумя участниками цепи как игру двух лиц, решением которой является набор таких параметров контракта, которые обеспечивают равновесие по Нэшу [Зенкевич, Гладкова, 2018; Cachon, 2003]. Следуя за [Cachon, 2003], авторы [Heydari, Choi, Radkhah, 2017; Heydari, Asl-Najafi, 2018] считают, что контракт является координирующим, если он позволяет максимизировать ожидаемую прибыль цепи поставок и обеспечить парето-оптимальность полученного решения. Иными словами, при использовании координирующего контракта не существует другого набора параметров, для которого ожидаемые прибыли участников цепи не меньше, чем без применения контракта, и хотя бы у одного из них такая прибыль больше [Heydari, Choi, Radkhah, 2017].

В работах, посвященных проблеме координации цепи поставок [Taylor, 2002; Cachon, Lariviere, 2005; Chiu et al., 2012; Giri, Bardhan, Maiti, 2016; Lackes, Schluter, Siepermann, 2016; Genc, De Giovanni, 2018; Gamchi, Torabi, 2018], рассматриваются следующие типы контрактов с: распределением выручки; обратным выкупом; гибкой ценовой политикой; ретро-бонусом; гибким объемом поставки; а также комбинированные контракты.

В российской практике контракты с ретро-бонусом активно применяются в цепях поставок с крупными ритейлерскими компаниями (например, торговой сетью «Магнит») и производителями для продвижения товара и стимулирования продаж [Войткевич, 2014]. Их активно применяют крупные зарубежные ритейлерские сети, в том числе 7-Eleven, Family Mart, Circle K, Hi-Life, Niko-Mart [Liao, 2009]. Такие компании, как IBM, Compaq и Hewlett-Packard, разработчики программного обеспечения Microsoft, Novell, Lotus и Symantec, для продвижения своей продукции также использовали бонус, который зависел от объема продаж. Крупные автопроизводители, включая Ford, Mazda, Toyota, Chrysler, General Motors, применяли бонусную политику для стимулирования автомобильных дилеров с целью увеличения объема продаж своей продукции [Taylor, 2002; Muzaffar, Deng, Malik, 2017; Heydari, Asl-Najafi, 2018]. Еще одним примером применения контракта с ретро-бонусом в цепях поставок для стимулирования продаж может стать гонконгский ритейлер спортивной одежды Marathon Sport, получающий бонус от производителей спортивной одежды Nike и Adidas, когда объем продаж превышает установленные производителями целевые показатели [Chiu, Choi, Tang, 2011]. Практика применения бонусов, выплачиваемых производителем для продвижения своей продукции, свойственна и крупным производителям косметики, таким как Estee Lauder и L'Oreal, которые выплачивают бонус не только за превышение установленного объема продаж, но и за объем закупки. При этом бонус за продажи выплачивается только после того, как продажи превысят опре-

деленные целевые показатели, устанавливаемые производителями [Chiu, Choi, Li, 2011].

Таким образом, ретро-бонус — это вознаграждение, которое поставщик выплачивает ритейлеру за превышение целевого показателя продаж. Контракт с ретро-бонусом направлен на то, чтобы мотивировать ритейлера продавать больше и за счет этого зарабатывать дополнительный бонус за каждую единицу продукции, проданную сверх установленного поставщиком объема продаж, и, как показали приведенные примеры, он активно применяется в цепях поставок при взаимодействии производителя с ритейлером.

Цель данной работы заключается в том, чтобы ответить на вопрос: может ли применение контракта с ретро-бонусом координировать цепь поставок?

Для ее достижения была сформулирована математическая постановка задачи координации цепи поставок, состоящей из поставщика и ритейлера. Процесс заключения контракта с ретро-бонусом был формализован как двухшаговая игра двух лиц; дано определение координирующего контракта. Доказано, что без дополнительных ограничений на параметры контракта контракт с ретро-бонусом не является координирующим. Авторами разработан алгоритм построения координирующего контракта с ретро-бонусом в цепях поставок как в общем виде, так и для случая, когда на параметры контракта накладываются дополнительные ограничения. Этот алгоритм реализован в предположении, что спрос на продукцию подчиняется равномерному закону распределения, а розничная цена на продукцию фиксирована.

Статья имеет следующую структуру. Во введении обосновывается актуальность темы и формулируется цель исследования. В первом разделе анализируются современные исследования по проблеме координации цепи поставок при помощи контракта с ретро-бонусом. Во втором — приводится математическая постановка задачи координации цепи поставок и реализуется разработанный авторами алгоритм построения координирующего контракта. В третьем разделе дается определение условно координирующего контракта, реализуется алгоритм его построения в предположении, что спрос на продукт подчинен равномерному закону распределения. В заключении статьи подводятся итоги основных полученных результатов и предлагаются направления дальнейших исследований.

КОНТРАКТ С РЕТРО-БОНУСОМ КАК МЕХАНИЗМ КООРДИНАЦИИ ЦЕПИ ПОСТАВОК

Проблема координации цепи поставок с применением контракта с ретро-бонусом исследовалась многими авторами. Одной из первых работ по применению контракта с ретро-бонусом для координации цепи поставок, состоящей из поставщика и ритейлера, стала [Taylor, 2002]. Под координацией цепи в ней понималась ситуация, при которой ожидаемая прибыль цепи поставок будет максимальной. Наряду с координацией рассматривалась возможность достижения

взаимовыгодной ситуации, при которой ожидаемая прибыль каждого участника будет больше, чем без применения координирующего контракта. Автор выделил два типа бонуса — линейный и целевой. Линейный бонус выплачивается ритейлеру поставщиком за каждую единицу проданной продукции, а целевой — только за объем продукции, превышающий установленный. В работе показано, что и координация цепи (в его определении), и взаимовыгодная ситуация достигаются только для контракта с целевым бонусом.

Еще одним значимым исследованием, в котором контракт с ретро-бонусом применялся для решения проблемы координации цепи поставок, состоящей из поставщика и ритейлера, является работа [Cachon, 2003]. Автор рассмотрел проблему координации цепи с точки зрения теоретико-игрового подхода и называл контракт координирующим, если стратегии игроков по выбору параметров этого контракта обеспечивают равновесие по Нэшу. Он доказал, что контракт с ретро-бонусом не позволяет координировать цепь, так как поставщик будет терять деньги за каждую единицу товара, которую ритейлер продаст сверх установленного объема. В более поздней работе [Cachon, Larivière, 2005] обоснована возможность координации цепи за счет контракта с ретро-бонусом при определенных условиях и в предположении, что цена, по которой ритейлер продает продукцию, фиксирована, а объем товара, покупаемый ритейлером, больше, чем установленный поставщиком объем продаж для получения бонуса.

Исследователи [Chiu et al., 2012] также рассмотрели цепь поставок, состоящую из производителя и ритейлера, работающих в индустрии моды, и провели статистический анализ их прибыли. Они проанализировали три случая: 1) существующую практику использования бонусов; 2) случай, когда бонус не применяется; и 3) случай, когда цепь скоординирована при помощи контракта с ретро-бонусом. Авторы называли цепь скоординированной, если ожидаемая прибыль цепи была максимальной, а ожидаемая прибыль каждого из участников — не меньше, чем без использования координирующего контракта. Они показали, что контракт с ретро-бонусом при правильно выбранных параметрах позволяет достичь координации цепи.

В работе [Wong, Qi, Leung, 2009] исследована проблема координации цепи поставок, состоящей из одного поставщика и нескольких ритейлеров, причем задача решалась в двух вариантах: когда ритейлеры не конкурируют между собой и в условиях их конкуренции. По мнению авторов, реализация контракта с ретро-бонусом требует высокого уровня информационного обмена между участниками, а также контроля фактических продаж поставщиком. Исходя из этого, они рассмотрели подход, согласно которому координация осуществляется за счет контракта с ретро-бонусом, а для достижения информационного обмена и контроля продаж поставщик использует систему управления запасами. Под координацией понималась ситуация, когда ритейлеры, стратегия которых направлена на достижение индивидуальных целей, принимают тем не менее решения, максимизирующие прибыль цепи. Было показано, что если управление запасами осуществля-

ется поставщиком, то контракт с ретро-бонусом позволяет координировать цепь поставок; а с помощью адекватно выбранного бонуса поставщик мотивирует ритейлеров снижать розничную цену для увеличения спроса.

Авторы [Chiu, Choi, Tang, 2011] для координации цепи поставок применяют комбинированный контракт с ретро-бонусом и обратным выкупом поставщиком нереализованной продукции. Под координирующим они понимают такой контракт, в котором условия, предлагаемые поставщиком, мотивируют ритейлера выбирать объем заказа, максимизирующий его ожидаемую прибыль и одновременно прибыль всей цепи. Показано, что в случае, когда цена не фиксирована и зависит от спроса, координация не может быть достигнута, если используется только ретро-бонус или только обратный выкуп. Однако одновременное применение в контракте ретро-бонуса и обратного выкупа координирует цепь. Такой подход позволяет поставщику стимулировать ритейлера увеличивать и объем продаж, и объем заказа, поскольку ритейлер будет получать бонус за каждую единицу продукции, проданную сверх установленного объема продаж, при этом нереализованная продукция возвращается поставщику по цене обратного выкупа.

В исследовании [Heydari, Asl-Najafi, 2018] изучена проблема координации цепи поставок из двух участников за счет применения двух типов контрактов: контракта с ретро-бонусом (целевым) и комбинированного контракта, включающего ретро-бонус и штраф, который ритейлер выплачивает поставщику за нереализованный спрос. Под координирующим понимается контракт, максимизирующий ожидаемую прибыль цепи, а ожидаемые прибыли участников цепи при этом не меньше, чем без использования контракта. Показано, что только за счет контракта с ретро-бонусом цепь не может быть скоординирована. В то же время включение в контракт с ретро-бонусом дополнительного параметра — штрафа, выплачиваемого ритейлером за нереализованный спрос, — позволяет координировать цепь.

Полученные в разных исследованиях результаты не дают возможности сделать однозначный вывод о том, может ли контракт с ретро-бонусом координировать цепь поставок или нет, так как в них использовались разные определения координирующего контракта.

КООРДИНИРУЮЩИЙ КОНТРАКТ С РЕТРО-БОНУСОМ

При заключении контракта с ретро-бонусом поставщик предлагает ритейлеру следующие условия: оптовую цену за единицу продукции ω , величину бонуса r за каждую единицу продукции, которую ритейлер сможет продать сверх установленного объема t . Ритейлер в ответ на предложение поставщика выбирает объем закупаемой продукции q . Предполагается, что все решения участники цепи принимают в условиях полной информации: обоим участникам цепи известны издержки и поставщика на производство единицы продукции c_S , и ритейлера — на реализацию одной единицы продукции c_R . Ритейлер продает продукцию на

рынке по розничной цене p за единицу продукции, причем предполагается, что цена p фиксирована. В случае если ритейлеру не удастся продать весь купленный товар по цене p , он может реализовать оставшуюся продукцию по ликвидационной стоимости v за единицу продукции. В табл. 1 приведены обозначения, используемые при построении модели контракта с ретро-бонусом.

Таблица 1. Основные обозначения, используемые при моделировании

Обозначение	Описание
S	Поставщик
R	Ритейлер
ω	Оптовая цена за единицу продукции, у.е.
p	Розничная цена продажи единицы продукции, у.е.
v	Ликвидационная цена единицы продукции, у.е.
r	Величина бонуса, выплачиваемого ритейлеру поставщиком за единицу продукции, проданную сверх установленного объема, у.е.
t	Объем продаж, устанавливаемый поставщиком, сверх которого он выплачивает ритейлеру дополнительный бонус
q	Объем продукции, поставляемой поставщиком ритейлеру, шт.
c_S	Издержки поставщика на производство единицы продукции, у.е.
c_R	Издержки ритейлера на реализацию единицы продукции, у.е.
c	Общие издержки цепи поставок, $c = c_S + c_R$, у.е.
$Prof_R$	Прибыль ритейлера за одну транзакцию, у.е.
$Prof_S$	Прибыль поставщика за одну транзакцию, у.е.
$Prof_{SC}$	Прибыль цепи поставок за одну транзакцию, $Prof_{SC} = Prof_R + Prof_S$, у.е.

При построении модели предполагается выполнение следующих неравенств:

$$0 < c_S < \omega < p;$$

$$v < c_S.$$

Процесс заключения контракта с ретро-бонусом можно представить как двухшаговую игру двух лиц: S (поставщика) и R (ритейлера). Обозначим через X_S и X_R множества стратегий первого (S) и второго (R) игрока соответственно:

$$X_S = \{(r, t, \omega(r, t)) | \omega > c_S; r > 0; t > 0\},$$

$$X_R = \{q(r, t, \omega(r, t)) | q \geq 0\},$$

а через Π_S, Π_R — их функции выигрыша:

$$\Pi_S(r, t, \omega(r, t), q(r, t, \omega(r, t))) = E[Prof_S(r, t, \omega(r, t), q(r, t, \omega(r, t)))],$$

$$\Pi_R(r, t, \omega(r, t), q(r, t, \omega(r, t))) = E[Prof_R(r, t, \omega(r, t), q(r, t, \omega(r, t)))],$$

где E — математическое ожидание.

На первом шаге первый игрок S (поставщик) выбирает размер бонуса r и объем продаж t , сверх которого будет выплачиваться бонус, затем, для выбранных параметров r и t он устанавливает оптовую цену $\omega(r, t)$. На втором шаге второй игрок R (ритейлер) выбирает объем продукции, $q = q(r, t, \omega(r, t))$. Таким образом, контракт с ретро-бонусом определяется четырьмя параметрами: $(r, t, \omega(r, t), q(r, t, \omega(r, t)))$. Предполагается, что при выборе своих стратегий игроки действуют рационально.

Обозначим через $\Pi_{SC}(q)$ ожидаемую прибыль цепи, а через q^*_{SC} — точку максимума этой функции, т. е.

$$\Pi_{SC}(q^*) = \max_q \Pi_{SC}(q).$$

Дадим определение координирующего контракта.

Будем говорить, что контракт с ретро-бонусом $(r^*, t^*, \omega^*, q^*)$ координирует цепь, если выполняются следующие условия:

$$1) \max_q \Pi_R(r, t, \omega(r, t), q) = \Pi_R(r, t, \omega(r, t), q^*_R(r, t, \omega(r, t))), \text{ для любых } (r, t, \omega) \in X_S;$$

$$2) \text{ найдется такая функция } \omega^*(r, t), \text{ для которой будет иметь место } q^*_R(r, t, \omega^*(r, t)) = q^*_{SC} = q^*, \text{ для любых } (r, t, \omega) \in X_S;$$

$$3) \max_{r, t} \Pi_S(r, t, \omega^*(r, t), q^*) = \Pi_S(r^*, t^*, \omega^*, q^*), \text{ где } \omega^* = \omega^*(r^*, t^*).$$

Предположим, что розничная цена p фиксирована, а спрос на товар данного типа является случайным. Проверим, существует ли при сделанных предположениях координирующий контракт с ретро-бонусом.

Обозначим спрос через ξ , а через τ — объем проданной продукции данного типа. Будем считать, что ξ — это непрерывная случайная величина с плотностью распределения $f_\xi(x)$ и возрастающей функцией распределения $F_\xi(x)$. Пусть $\tau = g(\xi)$, где

$$\tau = g(\xi) = \begin{cases} \xi, & \text{если } 0 \leq \xi < q, \\ q, & \text{если } \xi \geq q. \end{cases}$$

Вычислим математическое ожидание случайной величины τ :

$$E[\tau] = E[g(\xi)] = \int_0^{+\infty} g(x) f_{\xi}(x) dx = \int_0^q x f_{\xi}(x) dx + \int_q^{+\infty} q f_{\xi}(x) dx = \int_0^q x f_{\xi}(x) dx + q \int_q^{+\infty} f_{\xi}(x) dx,$$

или:

$$E[\tau] = q(1 - F_{\xi}(q)) + \int_0^q x f_{\xi}(x) dx.$$

Так как

$$\int_0^q x f_{\xi}(x) dx = x F_{\xi}(x) \Big|_0^q - \int_0^q F_{\xi}(x) dx = q F_{\xi}(q) - \int_0^q F_{\xi}(x) dx,$$

то выражение для $E[\tau]$ примет вид:

$$E[\tau] = q - \int_0^q F_{\xi}(x) dx.$$

Найдем производную от $E[\tau]$ по переменной q :

$$\frac{d}{dq} E[\tau] = 1 - F_{\xi}(q).$$

Очевидно, что в условиях контракта с ретро-бонусом прибыль ритейлера зависит от того, каким будет объем продаж, т. е. от того, какое значение примет случайная величина τ : $0 < \tau \leq t$ или $t < \tau \leq q$.

Рассмотрим первый случай, когда $0 < \tau \leq t$, т. е. ритейлер не выполняет условия контракта и поставщик не выплачивает ему бонус. Выпишем выражения для прибылей участников цепи $Prof_R$, $Prof_S$ и цепи $Prof_{SC}$ для этого случая:

$$Prof_R(\omega, q) = (p-v)\tau - (\omega + c_R - v)q,$$

$$Prof_S(\omega, q) = (\omega - c_S)q,$$

$$Prof_{SC}(q) = (p-v)\tau - (\omega + c_R - v)q + (\omega - c_S)q = (p-v)\tau + (v-c)q.$$

Тогда ожидаемые прибыли участников цепи и ожидаемая прибыль цепи примут вид:

$$\Pi_R(\omega, q) = E[Prof_R(\omega, q)] = (p-v) \left(q - \int_0^q F_{\xi}(x) dx \right) - (\omega + c_R - v)q,$$

$$\Pi_S(\omega, q) = E[Prof_S(\omega, q)] = (\omega - c_S)q,$$

$$\Pi_{SC}(q) = E[Prof_{SC}(q)] = (p-v) \left(q - \int_0^q F_{\xi}(x) dx \right) + (v-c)q.$$

Рассмотрим второй случай, когда объем проданной ритейлером продукции будет больше объема t , установленного поставщиком, т. е. $t < \tau \leq q$. Выражения для прибылей участников $Prof_R$, $Prof_S$ и прибыли цепи $Prof_{SC}$ теперь будут иметь вид:

$$Prof_R(r, t, \omega, q) = (p-v+r)\tau - (\omega + c_R - v)q - tr, \quad (1)$$

$$Prof_S(r, t, \omega, q) = r(t-\tau) + (\omega - c_S)q, \quad (2)$$

$$Prof_{SC}(q) = (p-v+r)\tau - (\omega + c_R - v)q - tr + r(t-\tau) + (\omega - c_S)q = (p-v)\tau + (v-c)q. \quad (3)$$

С учетом (1)–(3) запишем выражения для ожидаемых прибылей ритейлера, поставщика и цепи:

$$\begin{aligned} \Pi_R(r, t, \omega, q) &= E[Prof_R(r, t, \omega, q)] = (p - v + r) \left(q - \int_0^q F_\xi(x) dx \right) - (\omega + c_R - v)q - tr, \\ \Pi_S(r, t, \omega, q) &= E[Prof_S(r, t, \omega, q)] = r \left(q - \int_0^q F_\xi(x) dx - t \right) + (\omega - c_S)q, \\ \Pi_{SC}(q) &= E[Prof_{SC}(q)] = (p - v) \left(q - \int_0^q F_\xi(x) dx \right) + (v - c)q. \end{aligned} \quad (4)$$

Начнем решение задачи построения координирующего контракта, предполагая, что $t < \tau \leq q$. Ритейлеру известны предложения поставщика о величинах r , t и ω , поэтому ему необходимо определить объем закупаемой у поставщика продукции q . Согласно определению координирующего контракта, ритейлер будет выбирать такой объем q , который будет максимизировать ожидаемую прибыль $\Pi_R(r, t, \omega, q)$. Найдем стационарную точку функции $\Pi_R(r, t, \omega, q)$, рассматривая ее как функцию только одной переменной q . Для этого вычислим

$$\frac{\partial \Pi_R(r, t, \omega, q)}{\partial q} = (p - v + r)(1 - F_\xi(q)) - (\omega + c_R - v)$$

и приравняем ее к нулю:

$$(p - v + r)(1 - F_\xi(q)) - (\omega + c_R - v) = 0.$$

Из последнего выражения получаем

$$F_\xi(q) = \frac{p - \omega - c_R + r}{p - v + r}.$$

Так как функция $F_\xi(q)$ по предположению возрастающая, то для нее существует обратная функция, поэтому можно найти стационарную точку q^0_R функции $\Pi_R(r, t, \omega, q)$:

$$q^0_R = F_\xi^{-1} \left(\frac{p - \omega - c_R + r}{p - v + r} \right). \quad (5)$$

Проверим, будет ли найденная стационарная точка являться точкой максимума функции $\Pi_R(r, t, \omega, q)$. Для этого найдем вторую производную этой функции:

$$\frac{\partial^2 \Pi_R(r, t, \omega, q)}{\partial q^2} = (p - v + r)(-f_\xi(q)).$$

Так как по условию $p > v$, $r > 0$, а функция плотности распределения $f_\xi(x)$ всегда неотрицательна, то в стационарной точке вторая производная будет всегда неположительна:

$$(p - v + r)(-f_\xi(q^0)) \leq 0.$$

В итоге точка q^0_R , задаваемая выражением (5), будет являться точкой максимума q^*_R функции $\Pi_R(r, t, \omega, q)$.

На следующем шаге построения координирующего контракта найдем такую оптовую цену ω^* , для которой выполняется следующее условие:

$$q^*_R = q^*_{SC}, \quad (6)$$

где q^*_{SC} — это точка максимума ожидаемой прибыли цепи $\Pi_{SC}(q)$.

Первая производная функции $\Pi_{SC}(q)$ будет равна

$$\frac{d\Pi_{SC}(q)}{dq} = \frac{d}{dq} \left((p-v) \left(q - \int_0^q F_\xi(x) dx \right) + (v-c)q \right) = (p-v)(1-F_\xi(q)) + v-c.$$

Выпишем необходимое условие экстремума этой функции:

$$(p-v)(1-F_\xi(q)) + v-c = 0$$

или

$$F_\xi(q^0) = \frac{p-c}{p-v}.$$

Получим выражение для стационарной точки q^0_{SC} :

$$q^0_{SC} = F_\xi^{-1} \left(\frac{p-c}{p-v} \right). \quad (7)$$

Найдем вторую производную функции $\Pi_{SC}(q)$:

$$\frac{d^2\Pi_{SC}(q)}{dq^2} = (p-v)(-f_\xi(q^0)).$$

Рассуждая аналогично, можно показать, что стационарная точка q^0_{SC} будет являться точкой максимума функции $\Pi_{SC}(q)$.

Из равенства (6) получаем

$$F_\xi^{-1} \left(\frac{p-c}{p-v} \right) = F_\xi^{-1} \left(\frac{p-\omega-c_R+r}{p-v+r} \right). \quad (8)$$

По предположению функция распределения $F_\xi(x)$ — строго возрастающая, поэтому из равенства функций (8) получаем следующее равенство их аргументов:

$$\frac{p-c}{p-v} = \frac{p-\omega-c_R+r}{p-v+r}.$$

Из последнего соотношения найдем искомую функцию ω^* :

$$\omega^* = c_S + \frac{v-c}{v-p} r. \quad (9)$$

Оптовая цена, определяемая выражением (9), позволяет найти такой объем закупаемой продукции: $q^* = q^*_R = q^*_{SC}$, на котором будет достигаться максимум как ожидаемой прибыли ритейлера, так и ожидаемой прибыли цепи.

Первые два шага позволили найти параметры q^* и ω^* , которые удовлетворяют первому и второму условиям определения координирующего контракта. На

третьем шаге необходимо найти такие значения параметров r и t , при которых ожидаемая прибыль поставщика будет максимальной. Для этого в выражение для ожидаемой прибыли поставщика (4) нужно подставить найденные значения q^* (выражение (7)) и ω^* (выражение (9)) и найти максимум функции $\Pi_R(r, t, \omega^*, q^*)$. Если указанная задача имеет решение, то это означает, что существуют такие параметры $(r^*, t^*, \omega^*, q^*)$, которые удовлетворяют всем условиям определения координирующего контракта, и контракт с ретро-бонусом будет координировать цепь. В противном случае задача построения координирующего контракта с ретро-бонусом не будет иметь решения.

Реализуем все шаги алгоритма построения координирующего контракта в предположении, что спрос на продукт данного типа подчинен равномерному закону распределения. Предположим, что случайная величина ξ равномерно распределена на отрезке $[0, \beta]$. В этом случае функция распределения случайной величины ξ имеет вид:

$$F_\xi(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ \frac{x}{\beta}, & \text{если } 0 < x \leq \beta, \\ 1, & \text{если } x > \beta, \end{cases} \quad (10)$$

и математическое ожидание $E[\tau]$ будет равно:

$$E[\tau] = q - \int_0^q \frac{x}{\beta} dx = q - \frac{q^2}{2\beta}. \quad (11)$$

Выражения для ожидаемой прибыли цепи и ожидаемых прибылей участников цепи в условиях контракта с ретро-бонусом, полученные при сделанном предположении о виде закона распределения спроса и с учетом выражения (11), представлены в табл. 2.

Таблица 2. Выражения для ожидаемых прибылей цепи и участников цепи в предположении о равномерном законе распределения спроса

Ожидаемая прибыль		
Цепь, Π_{SC}	Поставщик, Π_S	Ритейлер, Π_R
Объем проданной ритейлером продукции меньше либо равен целевому объему продаж t		
$(p-v)\left(q - \frac{q^2}{2\beta}\right) + (v-c)q$	$(\omega - c_s)q$	$(p-v)\left(q - \frac{q^2}{2\beta}\right) - (\omega + c_R - v)q$
Объем проданной ритейлером продукции больше целевого объема продаж t		
$(p-v)\left(q - \frac{q^2}{2\beta}\right) + (v-c)q$	$(\omega - c_s - r)q + r\frac{q^2}{2\beta} + rt$	$(p-v+r)\left(q - \frac{q^2}{2\beta}\right) - (\omega + c_R - v)q - rt$

Подставляя выражение (10) для $F_{\xi}(q)$ в выражение (7)

$$\frac{q^*}{\beta} = \frac{p-c}{p-v},$$

получим выражение для оптимального объема продукции, при котором ожидаемые прибыли ритейлера и цепи будут максимальными:

$$q^* = \beta \left(\frac{p-c}{p-v} \right). \quad (12)$$

С учетом выражений (12) для q^* и (9) для ω^* выражение для ожидаемой прибыли поставщика $\Pi_s(r, t, \omega, q)$ примет вид:

$$\Pi_s(r, t, \omega^*, q^*) = r \left(t - \frac{q^{*2}}{2\beta} \right).$$

Рассмотрим функцию $\Pi_s(r, t, \omega^*, q^*)$ как функцию двух переменных r и t , где $(r, t) \in D(q^*)$, $D(q^*) = \{(r, t): r > 0; 0 < t < q^*\}$. Отметим, что множество D является открытым множеством, поэтому задача поиска наибольшего значения функции $\Pi_s(r, t, \omega^*, q^*)$ сводится к задаче поиска точки локального максимума. Для того чтобы функция $\Pi_s(r, t, \omega^*, q^*)$ имела точку максимума, она должна быть выпуклой на множестве $D(q^*)$. Критерием выпуклости этой функции служит знакоопределенность соответствующей квадратичной формы.

Проверим, является ли функция $\Pi_s(r, t, \omega^*, q^*)$ выпуклой на множестве $D(q^*)$. Для этого вычислим определитель матрицы Гессе. Очевидно, что

$$\frac{\partial \Pi_s(r, t, \omega^*, q^*)}{\partial t} = r, \quad \frac{\partial^2 \Pi_s(r, t, \omega^*, q^*)}{\partial t^2} = 0,$$

$$\frac{\partial \Pi_s(r, t, \omega^*, q^*)}{\partial r} = t - \frac{q^{*2}}{2\beta}, \quad \frac{\partial^2 \Pi_s(r, t, \omega^*, q^*)}{\partial r^2} = 0.$$

В свою очередь, смешанные производные будут равны:

$$\frac{\partial^2 \Pi_s(r, t, \omega^*, q^*)}{\partial t \partial r} = 1, \quad \frac{\partial^2 \Pi_s(r, t, \omega^*, q^*)}{\partial r \partial t} = 1.$$

Выпишем определитель матрицы Гессе, который будет равен:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1.$$

На основании этого результата можно сделать вывод, что квадратичная форма не является знакоопределенной, а функция $\Pi_s(r, t, \omega^*, q^*)$ — выпуклой. Значит, у функции $\Pi_s(r, t, \omega^*, q^*)$ двух переменных r и t экстремум не существует. Следовательно, третье условие из определения координирующего контракта не выполняется, поэтому контракт с ретро-бонусом не координирует цепь.

Однако, несмотря на то что при сделанных предположениях не существует координирующий контракт с ретро-бонусом, покажем, что при определенных ограничениях на параметры контракта можно построить условно координирующий контракт с ретро-бонусом.

УСЛОВНО КООРДИНИРУЮЩИЙ КОНТРАКТ С РЕТРО-БОНУСОМ

В предыдущем разделе было доказано, что контракт с ретро-бонусом не является координирующим. Определим понятие условно координирующего контракта с ретро-бонусом и приведем алгоритм построения такого контракта в предположении, что спрос на продукцию подчинен равномерному закону распределения, а розничная цена фиксирована.

Обозначим через $\Pi_S^{reb}(r, t, \omega, q)$ и $\Pi_S^{noreb}(r, t, \omega, q)$ ожидаемые прибыли поставщика в случае, когда он платит бонус и когда не платит бонус ритейлеру.

Дадим определение условно координирующего контракта. Будем называть контракт с ретро-бонусом $(r^0, t^0, \omega^*, q^*)$ условно координирующим, если выполняются следующие условия:

- 1) $\max_q \Pi_R(r, t, \omega(r, t), q) = \Pi_R(r, t, \omega(r, t), q_R^*(r, t, \omega(r, t)))$, для любых $(r, t, \omega) \in X_S$;
- 2) существует такая функция $\omega^*(r, t)$ что: $q_R^*(r, t, \omega^*(r, t)) = q_{SC}^* = q^*$, для любых $(r, t, \omega) \in X_S$;
- 3) найдутся такие параметры $(r^0, t^0) \in D^0(q^*)$, для которых будет иметь место: $\Pi_S^{reb}(r^0, t^0, \omega^0, q^*) > \Pi_S^{noreb}(r^0, t^0, \omega^0, q^*)$, где $\omega^0 = \omega^*(r^0, t^0)$, а $D^0(q^*) \subset D(q^*)$.

Первые два условия этого определения совпадают с условиями из определения координирующего контракта. Третье условие говорит о том, что найдется такое подмножество $D^0(q^*)$ множества $D(q^*)$, элементы которого (r^0, t^0) будут обладать таким свойством, что при найденных q^* и $\omega^*(r^0, t^0)$ ожидаемая прибыль поставщика будет больше для контракта с бонусом, чем без бонуса.

Поясним сказанное, продолжив обсуждение контракта с ретро-бонусом в предположении о равномерном законе распределения спроса. Воспользуемся табл. 2 и запишем выражение для ожидаемой прибыли поставщика в случае выплаты бонуса, подставив в него q^* и ω^* :

$$\Pi_S^{reb}(r, t, \omega^*, q^*) = \left(c_s + \frac{c-v}{p-v} r - c_s - r \right) q^* + r \left(t + \frac{q^{*2}}{2\beta} \right) = \frac{c-v}{p-v} r q^* + r \left(t - q^* + \frac{q^{*2}}{2\beta} \right). \quad (13)$$

Теперь запишем выражение для ожидаемой прибыли поставщика (табл. 2) в случае, когда бонус не выплачивается, подставив в него q^* и ω^* :

$$\Pi_S^{noreb}(\omega^*, q^*) = (\omega^* - c_s) q^* = \left(c_s + \frac{c-v}{p-v} r - c_s \right) q^* = \frac{c-v}{p-v} r q^*.$$

Вернемся к выражению (13) для функции $\Pi_S(r, t, \omega^*, q^*)$ и представим его в виде:

$$\Pi_S^{reb}(r, t, \omega^*, q^*) = \Pi_S^{noreb}(\omega^*, q^*) + \left(\frac{q^{*2}}{2\beta} - q^* + t \right) r.$$

Очевидно, что если выражение

$$\left(\frac{q^{*2}}{2\beta} - q^* + t \right)$$

будет положительным, то ожидаемая прибыль поставщика в случае выплаты бонуса будет больше, чем без бонуса. Значит, если поставщик будет устанавливать оптовую цену, равную ω^* , выбирая целевой уровень продаваемой продукции t , исходя из условия:

$$t > q^* - \frac{q^{*2}}{2\beta},$$

и ритейлер при этом будет выбирать объем приобретаемой продукции q^* , то за счет контракта с ретро-бонусом поставщик получит ожидаемую прибыль больше, чем в случае, когда поставщик не платит бонус ритейлеру.

Таким образом, для всех пар (r^0, t^0) , которые принадлежат множеству

$$D^0(q^*) = \left\{ (r^0, t^0) : r^0 > 0; q^* - \frac{q^{*2}}{2\beta} < t^0 < q^* \right\},$$

будет выполняться третье условие определения условно координирующего контракта.

Рассмотрим механизм перераспределения прибыли между участниками цепи для условно координирующего контракта с ретро-бонусом для случая, когда поставщик выплачивает ритейлеру бонус, а ритейлер выбирает объем товара, равный $q = q^*$. Для этого выпишем выражения для ожидаемых прибылей поставщика и ритейлера с бонусом и без него (табл. 3).

Таблица 3. Выражения для ожидаемых прибылей участников цепи для случаев, когда поставщик платит бонус и когда поставщик не платит бонус

Ожидаемая прибыль	
Поставщик, Π_S	Ритейлер, Π_R
Объем проданной ритейлером продукции меньше либо равен целевому объему продаж t	
$\frac{c-v}{p-v} r q^*$	$(p-v) \frac{q^{*2}}{2\beta} - \frac{c-v}{p-v} r q^*$
Объем проданной ритейлером продукции больше целевого объема продаж t	
$\left(t - \frac{q^{*2}}{2\beta} \right) r$	$(p-v) \frac{q^{*2}}{2\beta} - \left(t - \frac{q^{*2}}{2\beta} \right) r$

Анализ выражений, представленных в табл. 3, позволяет заключить, что когда поставщик устанавливает целевой уровень t , исходя из условия:

$$t > q^* - \frac{q^{*2}}{2\beta},$$

то он тем самым за счет предлагаемой им оптовой цены «забирает» часть ожидаемой прибыли ритейлера и увеличивает свою ожидаемую прибыль. Продемонстрируем сказанное на примере.

Пример. Воспользуемся данными кейса [Chiu et al., 2012] по использованию в бизнес-практике гонконгских компаний контракта с ретро-бонусом. Рассмотрим цепь, состоящую из производителя детской одежды и ритейлера, продающего эту одежду. Известна следующая информация об издержках и ценах: $c_R = 11,5$ у.е., $c_S = 15$ у.е., $c = 26,5$ у.е., $p = 80$ у.е., $v = 7,25$ у.е. Величина бонуса r устанавливается производителем как доля от розничной цены, т. е. $r = \alpha p$, где $\alpha \in (0,1)$.

Предположим, что в рамках этого кейса спрос на детскую одежду является случайной величиной ξ , равномерно распределенной на отрезке $[0; 900]$, и покажем, что контракт с ретро-бонусом будет условно координирующим.

Вычислим значение q^* :

$$q^* = \beta \left(\frac{p-c}{p-v} \right) = 900 \frac{80-26,5}{80-7,25} = 662.$$

Во всех вычислениях округление производилось до целых.

Оптовая цена ω^* будет задаваться выражением:

$$\omega^* = c_S + \frac{v-c}{v-p} r = 15 + \frac{7,25-26,5}{7,25-80} r = 15 + \frac{19,25}{72,75} r = 15 + 0,264r.$$

Таким образом, для любой пары параметров (r, t) , принадлежащей множеству $D(q^*) = \{(r, t) : r > 0; 0 < t < 662\}$, в случае, когда объем продукции q^* будет равен 662, а $\omega^* = 15 + 0,264r$, ожидаемая прибыль ритейлера и цепи будут максимальны. Так как при $q^* = 662$,

$$q^* - \frac{q^{*2}}{2\beta} = 418,$$

то множество $D^0(q^*)$ будет таким: $D^0(q^*) = \{(r^0, t^0) : r^0 > 0; 418 < t^0 < 662\}$. Значит, если поставщик будет выбирать параметры r^0 и t^0 из указанного множества $D^0(q^*)$, то ему будет выгоден контракт с ретро-бонусом, который в этом случае будет являться условно координирующим.

Перейдем к анализу того, как изменяются ожидаемые прибыли поставщика и ритейлера в зависимости от изменения параметров r и t . Так как величина бонуса линейно зависит от розничной цены: $r = \alpha p$, то вместо параметра r будем анализировать изменения указанных функций в зависимости от параметра α , где $\alpha \in (0,1)$, причем это ограничение на значения параметра α будет выполняться только для t^0 из промежутка: $418 < t^0 < 464$, и именно для этих значений t ожидаемые прибыли

участников цепи будут неотрицательны. Зафиксируем три следующих значения параметра: $t^0 = 420$, $t^0 = 440$ и $t^0 = 460$.

В табл. 4 приведены значения ожидаемых прибылей ритейлера, поставщика и цепи для указанных параметров.

Таблица 4. Значения ожидаемых прибылей ритейлера, поставщика и цепи

Параметр α	Оптовая цена ϵ^*	Объем продаж, сверх которого поставщик выплачивает ритейлеру бонус								
		$t^0 = 420$			$t^0 = 440$			$t^0 = 460$		
		Π_R	Π_S	Π_{SC}	Π_R	Π_S	Π_{SC}	Π_R	Π_S	Π_{SC}
0,05	16,1	709	16 996	17 705	789	16 916	17 705	869	16 836	17 705
0,10	17,1	1 417	16 288	17 705	1 577	16 128	17 705	1 737	15 968	17 705
0,15	18,2	2 126	15 579	17 705	2 366	15 339	17 705	2 606	15 099	17 705
0,20	19,2	2 834	14 871	17 705	3 154	14 551	17 705	3 474	14 231	17 705
0,25	20,3	3 543	14 162	17 705	3 943	13 762	17 705	4 343	13 362	17 705
0,30	21,4	4 251	13 454	17 705	4 731	12 974	17 705	5 211	12 494	17 705
0,35	22,4	4 960	12 745	17 705	5 520	12 185	17 705	6 080	11 625	17 705
0,40	23,5	5 668	12 036	17 705	6 308	11 396	17 705	6 948	10 756	17 705
0,45	24,5	6 377	11 328	17 705	7 097	10 608	17 705	7 817	9 888	17 705
0,50	25,6	7 085	10 619	17 705	7 885	9 819	17 705	8 685	9 019	17 705
0,55	26,6	7 794	9 911	17 705	8 674	9 031	17 705	9 554	8 151	17 705
0,60	27,7	8 502	9 202	17 705	9 462	8 242	17 705	10 422	7 282	17 705
0,65	28,8	9 211	8 494	17 705	10 251	7 454	17 705	11 291	6 414	17 705
0,70	29,8	9 919	7 785	17 705	11 039	6 665	17 705	12 159	5 545	17 705
0,75	30,9	10 628	7 077	17 705	11 828	5 877	17 705	13 028	4 677	17 705
0,80	31,9	11 336	6 368	17 705	12 616	5 088	17 705	13 896	3 808	17 705
0,85	33,0	12 045	5 660	17 705	13 405	4 300	17 705	14 765	2 940	17 705
0,90	34,1	12 753	4 951	17 705	14 193	3 511	17 705	15 633	2 071	17 705
0,95	35,1	13 462	4 243	17 705	14 982	2 723	17 705	16 502	1 203	17 705

Из табл. 4 видно, как происходит перераспределение ожидаемой прибыли цепи между поставщиком и ритейлером в зависимости от выбранных параметров α и t^0 . Поставщик, увеличивая размер бонуса, с одной стороны, стимулирует ритейлера к росту объема продаж, а с другой — «забирает» бонус через увеличение оптовой цены. Рисунок, на котором изображены графики ожидаемых прибылей цепи и участников цепи, иллюстрирует тот факт, что для фиксированного значения t^0 из промежутка (418; 464) можно установить такое значение α , при котором ожидаемая прибыль поставщика и ожидаемая прибыль ритейлера будут равны.

Кроме того, установлено, что чем больше будет величина целевого значения t^0 , тем меньше будет значение параметра α , при котором ожидаемые прибыли участников цепи равны между собой (табл. 5).

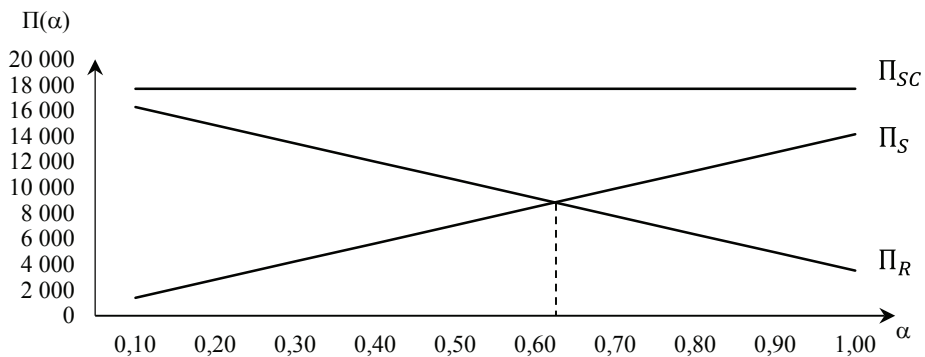
Таблица 5. Соотношение параметров t^0 и α , при которых ожидаемые прибыли участников цепи равны

t^0	420	425	430	435	440	445	450	455	460
α	0,63	0,61	0,59	0,58	0,56	0,55	0,54	0,52	0,51

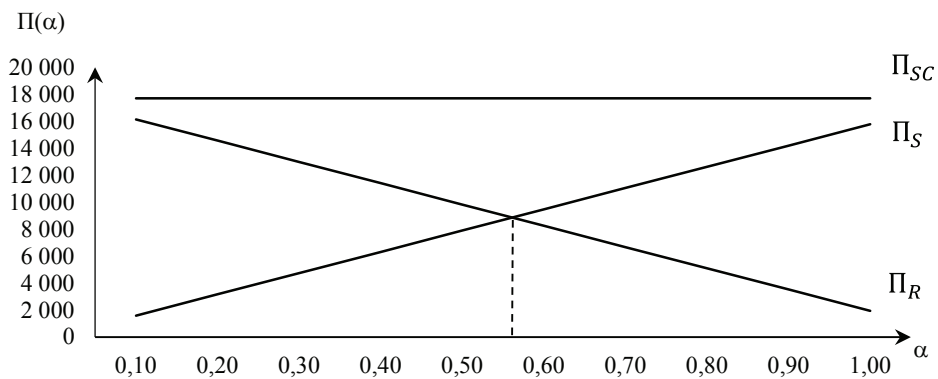
Следовательно, от выбора значений параметров r^0 и t^0 будет зависеть перераспределение прибыли цепи между поставщиком и ритейлером, поэтому должны выбираться такие значения этих параметров, при которых контракт с ретро-бонусом будет выгоден обоим участникам цепи. В противном случае они могут отказаться от заключения контракта.

Выбор параметров r^0 и t^0 условно координирующего контракта может быть осуществлен на основе компромиссного решения, с которым согласятся и поставщик и ритейлер. В частности, если игроки (участники цепи) имеют одинаковую силу, то компромисс может быть достигнут при таких значениях этих параметров, при которых ожидаемые прибыли поставщика и ритейлера будут равны. В ситуации, когда поставщик будет иметь большую силу, он выберет такие значения r^0 и t^0 , при которых сможет получить «большую часть» ожидаемой прибыли цепи. Если же большей силой обладает ритейлер, то поставщик может согласиться на такие значения этих параметров, при которых его ожидаемая прибыль будет меньше, чем ожидаемая прибыль ритейлера, но при этом она будет больше, чем без бонуса.

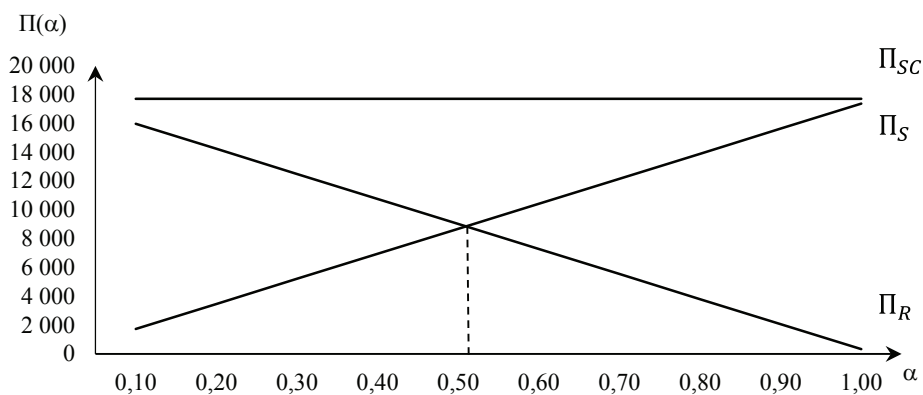
Таким образом, авторы показали, что условно координирующий контракт обеспечивает максимум ожидаемой прибыли цепи и ритейлера, а ожидаемая прибыль поставщика в случае применения этого контракта будет больше, чем без него. Полученные теоретические результаты по построению условно координирующего контракта были проиллюстрированы на примере гонконгской компании, использующей в своей практике контракт с ретро-бонусом.



а) $t^0 = 420, q^* = 662$



б) $t^0 = 440, q^* = 662$



в) $t^0 = 460, q^* = 662$

Рисунок. Графики ожидаемых прибылей ритейлера, поставщика и цепи поставок

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рост числа исследований по проблеме координации цепи поставок с применением контрактов [Taylor, 2002; Cachon, 2003; Cachon, Lariviere, 2005; Chiu et al., 2012; Lackes, Schluter, Siepermann, 2016; Bai, Chen, Xu, 2017; Gamchi, Torabi, 2018; Heydari, Asl-Najafi, 2018; Sadeghi et al., 2019] подтверждает, что данная тема актуальна и имеет большую прикладную направленность. В данной статье рассмотрена проблема координации цепи поставок, состоящей из поставщика и ритейлера, и предложено ее решение за счет применения контракта с ретро-бонусом в предположении, что спрос является случайным, а розничная цена на продукцию фиксирована.

Как следует из представленного обзора работ по применению контрактов с ретро-бонусом, полученные в них результаты не позволяют сделать однозначный вывод о том, может ли контракт с ретро-бонусом координировать цепь поставок. Это связано с тем, что авторы использовали разные определения координирующего контракта. Общим условием координации являлось требование выбора таких параметров контракта, которые максимизируют ожидаемую прибыль цепи. Кроме того, важным условием координации при применении контракта с ретро-бонусом является достижение взаимовыгодной ситуации, при которой участники получают ожидаемые прибыли не меньше, чем без контракта с ретро-бонусом. Авторы исследований, использовавшие комбинированные контракты, которые включают не только ретро-бонус, но и другие параметры контракта, например штраф или обратный выкуп, показали, что координация цепи может достигаться при использовании ретро-бонуса только в сочетании с указанными параметрами.

Результаты данной работы имеют важное теоретическое значение и практическое применение в цепях поставок. Во-первых, процесс заключения контракта с ретро-бонусом представлен как двухшаговая игра двух лиц, в которой в качестве функций выигрыша выбраны ожидаемые прибыли участников цепи поставок. Во-вторых, дано математическое определение координирующего контракта с ретро-бонусом и представлен алгоритм решения задачи построения координирующего контракта в цепях поставок. В-третьих, доказано, что контракт с ретро-бонусом не может координировать цепь поставок, так как не выполняется третье условие определения координирующего контракта. В-четвертых, введено новое понятие условно координирующего контракта и показано, что такой контракт существует. На основе разработанного авторами алгоритма найден условно координирующий контракт с ретро-бонусом в предположении, что спрос на продукцию распределен равномерно. Кроме того, приведен пример построения условно координирующего контракта для цепи поставок на данных из кейса гонконгской цепи поставок, состоящей из производителя и ритейлера детской одежды, которые в своей практике используют контракт с ретро-бонусом [Chiu et al., 2012].

Полученные результаты показывают, что за счет выбора параметров условно координирующего контракта поставщик имеет возможность перераспределять

ожидаемую прибыль цепи поставок в свою пользу. При этом, увеличивая размер бонуса, поставщик, с одной стороны, стимулирует ритейлера к увеличению объема продаж, а с другой — «забирает» предоставляемую скидку за счет увеличения оптовой цены. Кроме того, продемонстрировано, что если целевой уровень объема продаж принадлежит множеству условно координирующих параметров, то можно найти такую величину бонуса, при которой ожидаемые прибыли участников цепи будут равны.

При построении условно координирующего контракта предполагалось, что спрос на продукт подчинен равномерному закону распределения. В качестве направлений дальнейших исследований могут быть рассмотрены другие подходы к выбору закона распределения для построения условно координирующего контракта с ретро-бонусом. Еще одним потенциальным направлением исследований является рассмотрение комбинированных контрактов, например контракта с ретро-бонусом и контракта с обратным выкупом. Кроме того, задача построения условно координирующего контракта с ретро-бонусом может быть изучена для цепей поставок, состоящих из одного поставщика и двух и более ритейлеров.

Литература на русском языке

- Березинец И. В., Зенкевич Н. А., Никольченко Н. К. 2018. Совместное планирование в цепях поставок и финансовая результативность: практика российских компаний. *Проблемы теории и практики управления* 10: 77–85.
- Войткевич Н. И. 2014. Стратегии взаимодействия поставщиков товаров с розничными торговыми сетями. *Проблемы развития предприятий: теория и практика. Материалы 13-й Международной научно-практической конференции*. Самара: Самарский государственный экономический университет; 184–185.
- Зенкевич Н. А., Гладкова М. А. 2018. Координирующие долевые контракты в цепочке создания ценностей: на примере киноиндустрии США. *Вестник Санкт-Петербургского университета. Менеджмент* 16 (1): 26–45.

References in Latin Alphabet

- Arshinder A. K., Deshmukh S. G. 2008. Supply chain coordination: Perspectives, empirical studies and research directions. *International Journal of Production Economics* 115 (2): 316–335.
- Bai Q., Chen M., Xu L. 2017. Revenue and promotional cost-sharing contract versus two-part tariff contract in coordinating sustainable supply chain systems with deteriorating items. *International Journal of Production Economics* 187 (2): 85–101.
- Becker-Peth M., Thonemann U. W. 2016. Reference points in revenue sharing contracts — How to design optimal supply chain contracts. *European Journal of Operational Research* 249 (3): 1033–1049.
- Berezinets I., Loniagina Y., Nikolchenko N., Zenkevich E. 2018. Coordination versus competition in supply chains. *Contributions to Game Theory and Management* 11: 22–41.
- Cachon G. P. 1999. *Competitive and Cooperative Inventory Management in a Two-Echelon Supply Chain with Lost Sales*. University of Pennsylvania working paper. Fuqua School of Business; 1–34.
- Cachon G. P. 2003. Supply chain coordination with contracts. *Supply Chain Management: Design, Coordination and Operation*. Handbooks in Operations Research and Management Science 11. Elsevier B. V.; 227–339.

- Cachon G. P., Lariviere M. 2005. Supply chain coordination with revenue sharing contracts: strengths and limitations. *Management Science* **51** (1): 30–44.
- Chakraborty T., Chauhan S. S., Vidyarthi N. 2015. Coordination and competition in a common retailer channel: Wholesale price versus revenue-sharing mechanisms. *International Journal of Production Economics* **166** (C): 103–118.
- Chiu C. H., Choi T. M., Tang C. S. 2011. Price, rebate, and returns supply contracts for coordinating supply chains with price-dependent demands. *Production and Operations Management* **20** (1): 81–91.
- Chiu C. H., Choi T. M., Li X. 2011. Supply chain coordination with risk sensitive retailer under target sales rebate. *Automatica* **47** (8): 1617–1625.
- Chiu C. H., Choi T. M., Yeung H. T., Zhao Y. 2012. Sales rebates in fashion supply chains. *Mathematical Problems in Engineering* 2012: 1–19.
- Gamchi N.S., Torabi S.A. 2018. Supply chain coordination under revenue-sharing contract with value-added services considering risk-attitude of the customers. *International Journal of Services and Operations Management* **29** (4): 507–526
- Genc T. S., De Giovanni P. 2018. Optimal return and rebate mechanism in a closed-loop supply chain game. *European Journal of Operational Research* **269** (2): 661–681.
- Ghosh S. K., Khanra S. 2018. Channel Coordination Among a Manufacturer and a Retailer in Two-Layer Supply Chain. *International Journal of Applied and Computational Mathematics* **4** (10): 1–15.
- Giri B. C., Bardhan S., Maiti T. 2016. Coordinating a three-layer supply chain with uncertain demand and random yield. *International Journal of Production Research* **54** (8): 2499–2518.
- Heydari J., Asl-Najafi J. 2018. A revised sales rebate contract with effort-dependent demand: A channel coordination approach. *International Transactions in Operational Research*. doi: 10.1111/itor.12556
- Heydari J., Choi T. M., Radkhah S. 2017. Pareto improving supply chain coordination under a money-back guarantee service program. *Service Science* **9** (2): 91–105.
- Huang H., He Y., Li D. 2018. Coordination of pricing, inventory, and production reliability decisions in deteriorating product supply chains. *International Journal of Production Research* **56** (18): 6201–6224.
- Lackes R., Schluter P., Siepermann M. 2016. The impact of contract parameters on the supply chain performance under different power constellations. *International Journal of Production Research* **54** (1): 251–264.
- Lariviere M. A. 1999. Supply chain contracting and coordination with stochastic demand. In: S. Tayur, R. Ganeshan, M. Magazine (eds.). *Quantitative Models for Supply Chain Management*. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers; 234–268.
- Leng M., Parlar V. 2010. Game-theoretic analyses of decentralized assembly supply chains: Non-cooperative equilibria vs. coordination with cost-sharing contracts. *European Journal of Operational Research* **204** (1): 96–104.
- Liao C.-N. 2009. A joint demand uncertainty, sales effort, and rebate form in marketing channel. *Journal of Statistics and Management Systems* **12** (1): 155–172.
- Liu J., Zhou H., Wang J. 2018. The coordination mechanisms of emergency inventory model under supply disruptions. *Soft Computing* **22**: 5479–5489.
- Muzaffar A., Deng S., Malik M. N. 2017. Contracting mechanism with imperfect information in a two-level supply chain. *Operations Research International Journal* doi: 10.1007/s12351-017-0327-4.
- Saha S. 2013. Supply chain coordination through rebate induced contracts. *Transportation Research Part E* **50** (C): 120–137.
- Sadeghi R., Taleizadeh A. A., Chan F. T. S., Heydari J. 2019. Coordinating and pricing decisions in two competitive reverse supply chains with different channel structures. *International Journal of Production Research* **57** (9): 2601–2625.

- Taylor T. 2002. Supply chain coordination under channel rebates with sales effort effects. *Management Science* **48** (8): 992–1007.
- Tsay A. A., Lovejoy W. S. 1999. Quantity flexibility contracts and supply chain performance. *Manufacturing and Service Operations Management* **1** (2): 89–111.
- Whang S. 1995. Coordination in operations: A taxonomy. *Journal of Operations Management* **12** (3–4): 413–422.
- Wong W. K., Qi J., Leung S. Y. S. 2009. Coordinating supply chains with sales rebate contracts and vendor-managed inventory. *International Journal Production Economics* **120** (1): 151–161.

Russian Language References Translated into English

- Berezinets I. V., Zenkevich N. A., Nikolchenko N. K. 2018. Collaborative planning in supply chains and financial performance: evidence from Russian companies. *Problemy teorii i praktiki upravleniia* **10**: 77–85. (In Russian)
- Voitkevich N. I. 2014. Strategies of interaction of suppliers of goods with retail chains. *Problemy razvitiia predpriatii: teorii i praktika. Materialy 13-i Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii*. Samara: Samarskii gosudarstvennyi ekonomicheskii universitet publ.; 184–185. (In Russian)
- Zenkevich N. A., Gladkova M. A. 2018. Revenue sharing contracts for value chain coordination: The case of motion picture industry in the USA. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo universiteta. Menedzhment* **16** (1): 26–45. (In Russian)

Статья поступила в редакцию 14 мая 2019 г.

Статья рекомендована в печать 3 июля 2019 г.

Контактная информация

Березинец Ирина Владимировна — канд. физ.-мат. наук; berezinets@gsom.spbpu.ru
Зенкевич Николай Анатольевич — канд. физ.-мат. наук; zenkevich@gsom.spbpu.ru
Никольченко Наталья Константиновна — аспирант; st057455@student.spbu.ru
Ручьева Алина Сергеевна — a.rutcheva@gsom.spbu.ru

SUPPLY CHAIN COORDINATION WITH SALES-REBATE CONTRACT

I. V. Berezinets, N. A. Zenkevich, N. K. Nikolchenko, A. S. Rucheva

St. Petersburg State University, 7–9, Universitetskaya nab., St. Petersburg, 199034, Russian Federation

For citation: Berezinets I. V., Zenkevich N. A., Nikolchenko N. K., Rucheva A. S. 2019. Supply chain coordination with sales-rebate contract. *Vestnik of Saint Petersburg University. Management* **18** (3): 317–340. <https://doi.org/10.21638/11701/spbu08.2019.301>

The problem of supply chain coordination can be solved by applying coordination mechanisms aimed at motivating supply chain partners for concerted actions leading to the improvement of the supply chain performance, taking into account the partners' individual interests. One of such mechanisms is coordinating contracts. In this paper the authors consider a solution to the coordination problem using a sales-rebate contract for the supply chain, consisting of a supplier and a retailer, assuming that the demand is stochastic and the product retail price is fixed. A rebate is a reward that a supplier pays to a retailer for each unit of a product sold over a sales threshold specified. The sales-rebate contract aims to motivate the retailer to sell more and thus earn a rebate per unit sold. This type of contract is actively used in the interaction between the

manufacturer and retailer. The authors proposed a mathematical formulation of the supply chain coordination problem, formalized the process of the sales-rebate contract conclusion as a three-step game of two players, and formulated the definition of a coordinating contract. The article presents the developed algorithm for constructing a coordinating sales-rebate contract in supply chains, both for the general case and for the case when the contract parameters are additionally restricted. It has been proven that a sales-rebate contract is not coordinating without additional restrictions on the contract parameters. The algorithm proposed is implemented in the case of the Hong Kong supply chain, consisting of a manufacturer and retailer of children's clothes.

Keywords: supply chain, coordination, coordinating contract, sales-rebate contract, conditionally coordinating contract.

Received: May 14, 2019

Accepted: July 3, 2019

Contact information

Irina V. Berezinets — PhD; berezinets@gsom.pu.ru

Nikolay A. Zenkevich — PhD; zenkevich@gsom.pu.ru

Natalia K. Nikolchenko — PhD Student; st057455@student.spbu.ru

Alina S. Rucheva — a.rutchyeva@gsom.spbu.ru