

ОБЩИЙ И СТРАТЕГИЧЕСКИЙ МЕНЕДЖМЕНТ

Н. А. Зенкевич

МЕХАНИЗМЫ ЗАКЛЮЧЕНИЯ СДЕЛКИ НА B2B РЫНКАХ: СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

В работе исследована модель B2B рынка в рамках парадигмы принципал — агент. Рынок (принципал) определяет механизм торговли, а покупатели и продавцы (агенты) в соответствии с правилами, диктуемыми этим механизмом, участвуют в торговой игре, при этом затраты агентов ограничены двухставочным тарифом: комиссионными и платой за вход. Предполагается, что агенты имеют внешние возможности для заключения сделки. Проанализированы три механизма формирования сделки: переговоры, двухсторонний и многосторонний двойной аукционы. Найдены оптимальные стратегии агентов для каждого механизма торговли. Показано, что стратегии агентов в явном виде зависят от их рыночной силы и существования внешних возможностей заключения сделки. Однако оптимальные значения комиссионных затрат и ожидаемая прибыль рынка относительно нечувствительны к этим микроэкономическим параметрам. Среди исследованных механизмов выделен один парето-оптимальный.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая статья в значительной степени является развитием и обобщением исследования, выполненного мной совместно с Соджью Хуангом из Ford Research Laboratories FMC, по оценке эффективности механизмов заключения сделки на B2B рынке [Zenkevich, Huang, 2003]. В результате проведенной работы мы изучили два механизма заключения сделки: переговоры и двойной аукцион при оплате участия в форме комиссионных от величины заключенной сделки — и пришли к выводам, что эти механизмы при определенных условиях можно считать эквивалентными. Однако нам не удалось исследовать случай оплаты участия в форме платы за вход, открытым оставался вопрос об эффективности многосторонних торгов,

© Н. А. Зенкевич, 2008

необходима была систематизация полученных результатов, ряд утверждений требовал дополнительных проверок и доказательств. Завершение этого исследования и успешная апробация его результатов на II Международной конференции по теории игр и приложениям (Циндао, КНР, 2007) и VI научном семинаре Международного общества динамических игр (Рабат, Марокко, 2007) позволили автору представить результаты теоретического исследования к публикации в журнале «Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия „Менеджмент“».

В широком смысле в данной работе мы исследуем *проблему эффективности B2B рынка*. В традиционном понимании сам B2B рынок не является хозяйствующим субъектом и реализует посреднический механизм торгов между покупателями и продавцами. В настоящее время во многих отраслях промышленности сформировалась и сохраняется тенденция проведения закупок (материалов и комплектующих) через ту или иную систему отраслевых электронных торгов. В узком смысле именно такие системы торгов в дальнейшем мы будем называть *B2B рынок*. На протяжении последних нескольких лет наблюдался рост числа B2B рынков как консорциумов компаний, главным образом, в пределах одной отрасли. Одним из мотивов создания таких консорциумов было желание бизнеса снизить транзакционные издержки в отраслях. Следует отметить, что данная цель во многих случаях достигнута. В связи с появлением B2B рынков транзакционные затраты снизились в разы и сейчас могут рассматриваться как «малые» по отношению к объему заключаемой сделки. В настоящее время количество отраслевых B2B рынков практически не меняется, и в этом смысле можно говорить также о достижении некоторого состояния насыщения.

Поясним состояние проблемы на примере экономики США. Здесь, как мы и говорили, B2B рынки фрагментированы в отраслях и являются монополистами. Примерами таких B2B рынков выступают: Covisint — для автомобильной отрасли США, Chematch и ChemConnect — для химической и нефтяной отраслей, E2open — для компьютерной и электронной отраслей, Transora — для отрасли расфасованных товаров, Aeroxchange — для отрасли авиаперевозок и Exostar — для авиационно-космической и оборонной отраслей США. Каждый из перечисленных рынков строго специализирован в отрасли и представляет, по сути, закрытую площадку для торгов фирм отрасли.

В нашей постановке отраслевой B2B рынок помимо выполнения посреднической функции является хозяйствующим субъектом. Данная особенность B2B рынка схожа с коммерческой биржей, которая наряду с выполнением посреднических функций приносит доход, например, за счет комиссионных от объема коммерческих операций. В дальнейшем будем

предполагать, что B2B рынок (как хозяйствующий субъект) в процессе своей деятельности стремится максимизировать прибыль от реализации посреднической функции.

Следующая особенность рассматриваемого B2B рынка связана с двойственной ролью самих участников торгов. Как отмечалось, в таком рынке заинтересованы фирмы отрасли и сделки организуются в форме электронных торгов. Рассмотрим в качестве примера B2B рынок Covisint, который был создан в 2001 г. в автомобильной отрасли США как электронный рынок материалов для автомобильных компаний отрасли. Здесь полезно напомнить, что основные автомобильные компании США и их производства географически расположены в одном штате Мичиган. Двойственная роль автомобильных компаний по отношению к рынку Covisint заключается в следующем. С одной стороны, автомобильные компании являются учредителями и собственниками B2B рынка (поэтому они заинтересованы в эффективной и прибыльной работе рынка), а с другой — именно они выступают основными покупателями (агентами) рынка. При этом каждая компания имеет возможность покупать материалы, используя свои внешние по отношению к рынку возможности (outside options).

В этой статье мы исследуем механизмы заключения сделки на отраслевом B2B рынке. При этом возникает много вопросов, на которые мы стремились получить ответы. Вот некоторые из них. Какова оптимальная стратегия подачи заявок на покупку или продажу при заданном механизме заключения сделки? Какие механизмы сделок следует рассматривать? В каких случаях имеет смысл покупать на рынке, а в каких — использовать внешние возможности? Какой тип оплаты участия в торгах более эффективен: комиссионные, плата за вход или двойной (комбинированный) тариф? И наконец, какой механизм заключения сделки является эффективным для B2B рынка?

Для ответа на поставленные вопросы проанализируем три экономические модели механизма заключения сделки. Эти модели исследуются в рамках парадигмы принципал — агент в ее классическом понимании [Mas-Colell, Whinston, Green, 1995, ch. 14]. При таком подходе *рынок* является *принципалом*, а *продавцы/покупатели* — *агентами*. Принципал определяет правила игры заключения сделки, стремясь максимизировать доход от реализации посреднической функции. При заданных правилах игры агенты решают — участвовать в торгах или использовать внешние возможности заключения сделки, стремясь максимизировать собственный доход. Если они выбирают вариант участия в торгах, то назначается заявка на покупку или продажу соответственно.

Формирование оптимального механизма заключения сделки (лучшего среди возможных механизмов по критерию прибыли B2B рынка), который

предпочел бы использовать рынок, представляет серьезную теоретическую проблему и находится за рамками нашего исследования. Вместо этого мы рассмотрели три конкретных механизма заключения сделки: модель торгов по схеме предложение — контрпредложение Перри [Perry, 1986], двойной закрытый аукцион Чаттерджи и Самуэльсона [Chatterjee, Samuelson, 1983; Klemperer, 2000] и двойной аукцион с несколькими участниками МакАфи и Престона [McAfee, Preston, 1992; Klemperer, 2004]. Эти механизмы заключения сделки выбраны как наиболее наглядные и удобные. Основная цель нашего исследования состояла в том, чтобы выяснить, как они влияют на поведение всех участников рынка. Для достижения этой цели пришлось расширить указанные модели механизмов заключения сделки на случай оплаты посреднических услуг рынка и права агента использовать внешние возможности. Такое развитие моделей потребовало передоказательства всех ранее известных утверждений об оптимальном поведении агентов при заданном механизме заключения сделки для каждого отобранного механизма. Проведен сравнительный анализ механизмов заключения сделки.

В результате проведенного исследования удалось найти ответы на следующие вопросы: каким образом механизмы заключения сделки влияют на стратегию каждого агента? Как рыночная сила каждой стороны рынка воздействует на исход процесса заключения сделки? Каким образом внешние возможности влияют на участие агентов? Как определяется оптимальный доход рынка? Насколько надежны все выводы и заключения исследования? Следует отметить, что во всех моделях рыночная сила продавца по отношению к покупателю характеризуется параметром $k \in (0, 1)$. Однако этот параметр имеет различный смысл в зависимости от механизма заключения сделки. Так, в модели переговоров рыночная сила k представляет собой вероятность внесения первого предложения цены, в модели двухстороннего аукциона параметр k характеризует долю, в которой делится рыночная цена, а в модели многостороннего аукциона этот параметр представляет собой отношение параметров внешних возможностей заключения сделки.

Материал статьи организован следующим образом. В первом разделе мы представляем основную модель и обсуждаем проблему нахождения ее решения в условиях эндогенного участия. Механизмы заключения сделки по Перри, Чаттерджи и Самуэльсону, МакАфи и Престону в случае комиссионных затрат проанализированы в последующих трех. Те же механизмы, но с затратами типа платы за вход рассмотрены в приложении 1. В заключительных разделах мы сравниваем эти механизмы по критериям эффективности, участия и реализуемости, подводим итоги и обсуждаем возможные направления будущих исследований. Доказательства лемм и утверждений вынесены в приложение 2.

МОДЕЛЬ МЕХАНИЗМА ЗАКЛЮЧЕНИЯ СДЕЛКИ

Рассмотрим три типа риск-нейтральных игроков: монополистический рынок (принципал), продавцы и покупатели (агенты). После больших постоянных затрат, связанных с необходимостью организовать работу, рынок несет незначительные предельные издержки, финансируя транзакции он-лайн покупки. Система затрат за участие агентов имеет вид двойного (комбинированного) тарифа, являющегося суммой комиссионных и платы за вход на рынок (плата за участие в торгах). Каждый продавец (покупатель), который решил участвовать в торгах, т. е. использовать механизм заключения сделки на рынке, платит за вход на рынок величину $e_s(e_b)$. Более того, если сделка заключена, то продавец (покупатель) платит комиссионные, равные цене сделки, умноженной на фиксированный процент $\alpha(\beta)$.

Мы предполагаем, что каждый потенциальный агент рынка сам решает, принимать ему участие в работе рынка или использовать внешние возможности (outside options), но не одновременно. Это условие отражает тот факт, что фирмы несут большие затраты при переключении режима транзакций во время покупки. Даже в случае прямой конкуренции агентов рынок сталкивается с непрямой конкуренцией в форме участия, поскольку продавцы и покупатели имеют внешние возможности для заключения сделки и поэтому могут не участвовать в работе рынка. Теперь сделаем следующие упрощающие предположения: каждый продавец/покупатель может участвовать в торгах только один раз, и участники обмена заранее не известны. Первое предположение исключает необходимость изучения любых динамических аспектов проблемы. Последнее предположение практически уменьшает роль рынка как «места встречи», но в случае электронных торгов оно реально. К сожалению, эти предположения необходимы для того, чтобы сделать модель достаточно простой и содержательной.

Для удобства обозначений нормируем общее количество потенциальных продавцов и покупателей, принимая его за единицу. Мы также нормализуем объем продуктов, торгуемых на B2B рынке, будем считать их недифференцированными и установим наибольшую стоимость продукта и наибольшую оценку продукта равными единице. Каждый продавец выставляет на продажу одну единицу продукции, при этом реальные удельные производственные затраты c являются частной информацией продавца. В модели предполагается общеизвестным, что затраты продавцов равномерно распределены на отрезке $[\omega, 1]$, где $\omega \in (0, 1)$. Каждого продавца будем идентифицировать с его затратами c . Если продавец (игрок) c решает участвовать в работе рынка, то его полезность равна:

$$u_s(c) = \begin{cases} (1 - \alpha)p_s - c - e_s, & \text{сделка по цене } p_s, \\ -e_s, & \text{нет сделки.} \end{cases} \quad (1)$$

Каждый покупатель имеет единичный индивидуальный спрос на продукт продавца. Покупателя будем идентифицировать с его оценкой продукта v . Оценка продукта v является частной информацией покупателя. Предполагается общеизвестным, что оценки покупателей равномерно распределены на отрезке $[\omega, 1]$. Если он решит участвовать в работе рынка, то полезность покупателя v задается формулой:

$$u_B(v) = \begin{cases} v - (1 + \beta)p_B - e_B, & \text{делка по цене } p_B, \\ -e_B, & \text{нет сделки.} \end{cases} \quad (2)$$

Предполагается, что продавец c имеет ожидаемую полезность $\xi(1 - c)$, если он решил совершить сделку вне рынка (использовал outside options), где $\xi \geq 0$. Покупатель v имеет ожидаемую полезность $\eta(v - \omega)$, если он решает совершить сделку вне рынка (использовать outside options), где $\eta \geq 0$. Выбор этих функциональных форм гарантирует, что более эффективные продавцы и покупатели имеют большую ожидаемую полезность, чем менее эффективные.

Для того чтобы найти решение задачи, мы должны преодолеть три шага (рис. 1).

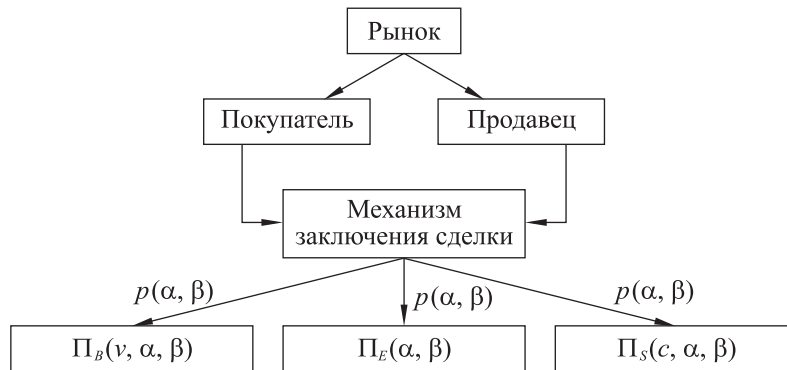


Рис. 1. Трехшаговая процедура решения задачи

Первый шаг заключается в нахождении ситуации равновесия для продавцов и покупателей при каждом механизме заключения сделки, при этом равновесие отличается от стандартного случая вследствие наличия затрат и необходимости учета внешних возможностей. На втором шаге общие затраты участников рынка определяют доход рынка. На третьем — доход рынка максимизируется посредством выбора значений переменных, которыми управляет рынок. Поскольку модели заключения сделки по любому механизму представляют собой игры с неполной информацией, решение

ищется в смысле равновесия по Байесу (байесовское равновесие). Участие в рынке эндогенно, поэтому продавцы и покупатели должны оценить, кто более вероятно будет участником в игре заключения сделки. Это подразумевает дополнительные условия состоятельности для подходящего байесовского равновесия. Важно отметить, что решение игрока об участии в аукционе принимается предварительно. Таким образом, существование внешних возможностей для сделки влияет только на участие, не изменяя стратегий поведения при заданном механизме формирования сделки. Пусть $\pi_S(c)$ и $\pi_B(v)$ обозначают ожидаемую полезность для продавца c и покупателя v соответственно. Индивидуальная рациональность предполагает, что продавец c будет участвовать в работе рынка, если $\pi_S(c) \geq \xi(1 - c) + e_S$, а покупатель v — при выполнении условия $\pi_B(v) \geq \eta(v - \omega) + e_B$. Если $\pi_S(c)$ — невозрастающая функция и $\pi_B(v)$ — неубывающая функция, то мы заключаем, что продавцы на интервале $[\omega, c_M]$ и покупатели на интервале $[v_m, 1]$ будут предпочитать рынок в сравнении с внешними возможностями. Здесь верхняя граница цены c_M и нижняя граница в оценке v_m определены из следующих условий безразличия:

$$\pi_S(c_M) = \xi(1 - c_M) + e_S \text{ и } \pi_B(v_m) = \eta(v_m - \omega) + e_B. \quad (3)$$

Для нахождения равновесных стратегий удобно ввести параметры эффективных затрат и оценок s и b соответственно, которые учитывают влияние комиссионных затрат: $s \equiv c/(1 - \alpha) \in [\underline{s}, \bar{s}]$, где $\underline{s} = \omega/(1 - \alpha)$, $\bar{s} = 1/(1 - \alpha)$ и $b \equiv v/(1 + \beta) \in [\underline{b}, \bar{b}]$, где $\underline{b} = \omega/(1 + \beta)$, $\bar{b} = 1/(1 + \beta)$.

Согласно свойству индивидуальной рациональности, соответствующий промежуток распределения эффективных затрат и оценок для продавцов и покупателей, где они имеют положительную вероятность заключить сделку, будет равен $[\underline{s}, \bar{b}]$.

Для того чтобы этот промежуток имел положительную длину, необходимо выполнение условия: $(1 - \alpha)/(1 + \beta) > \omega$. Используя обозначения $s_M = c_M/(1 - \alpha)$ и $b_m = v_m/(1 + \beta)$ для граничных продавца и покупателя, соответственно, получаем, что все предложения s должны удовлетворять условию $s \in [\underline{s}, s_M]$, где $s_M < \bar{b}$, и все заявки b должны принадлежать промежутку $b \in [b_m, \bar{b}]$, где $b_m > \underline{s}$. Продавцы и покупатели, которые находятся вне этих интервалов, будут заключать сделку, используя свои внешние возможности (outside options).

Как отмечалось в [Rustichini, Satterthwaite, Williams, 1994], при заключении сделки наблюдается двойственность поведения покупателей и продавцов, которая определяет своего рода симметрию между стратегиями покупателя и продавца на рынке. Эта симметрия приводит к симметричным вкладам в оптимальные значения затрат и доходов рынка, получаемых

вследствие продаж и покупок по заключенным сделкам. Это свойство симметрии может служить также основой для проверки правильности окончательных результатов.

Поскольку в нашей модели рассматриваются относительно сложные предположения, найти решения в аналитическом виде не всегда представляется возможным. Иногда, даже когда решение в аналитическом виде существует, окончательные выражения являются слишком громоздкими и практически не наглядными. Для большей наглядности и интерпретируемости полученных результатов мы сконцентрируемся на исследовании случая, когда следующие три экзогенные параметры малы — общая маржа $1 - \omega \equiv \Delta\omega$ и коэффициенты ξ, η , — которые характеризуют ожидаемый доход продавца и покупателя при заключении сделки вне рынка. Мы анализируем только главные члены получаемых аналитических выражений для старших степеней. Например, в случае комиссионных затрат доход складывается из двух слагаемых: первое слагаемое Π_E^0 соответствует случаю, когда параметры ξ и η ожидаемого дохода от внерыночной сделки сколь угодно малы, а второе слагаемое представляет собой приращение дохода $\Delta\Pi_E$, зависящее от ξ и η :

$$\Pi_E(\alpha, \beta; \xi, \eta) \equiv \{\Pi_E^0(\alpha, \beta) + \Delta\Pi_E(\alpha, \beta; \xi, \eta)\} \Theta\left[\frac{1 - \alpha}{1 + \beta} - \omega\right], \quad (4)$$

где $\Theta[x]$ — индикаторная функция, определяемая следующим образом: $\Theta[x] = 1$, если $x \geq 0$ и $\Theta[x] = 0$, если $x < 0$.

Подобная декомпозиция будет сделана и для случая затрат типа платы за вход. Вычисляя $\Delta\Pi_E$, мы также будем учитывать только главные члены, которые аналитически зависят от ξ и η . При максимизации дохода рынка нас будет интересовать только значение для главной степени $\Delta\omega$. Для удобства будем использовать традиционную запись $o(x)$ для обозначения бесконечно малой величины, которая стремится к нулю быстрее x .

МЕХАНИЗМ ПЕРЕГОВОРОВ

Модель переговоров Перри [Perry, 1986] представляет собой игру двух лиц с неполной информацией, в которой участвуют продавец и покупатель. Затраты продавца и оценки покупателя являются их частной информацией. Одна из сторон делает предложение первой. В модели предполагается, что сделка состоялась, если вторая сторона принимает предложение первой (на этом игра заканчивается). Если предложение первой стороны не принято, то вторая может как выступить с контрпредложением, так и выйти из игры (рис. 2).

Теоретически процесс предложений и контрпредложений сторон может продолжаться бесконечно долго. Тем не менее, как показано в [Perry, 1986], равновесие в последовательной игре всегда заканчивается за один раунд,

при этом игрок, который имеет меньшие ожидаемые затраты, делает предложение первым. В ответ другой игрок принимает или отвергает предложение, тем самым определяя результат сделки.

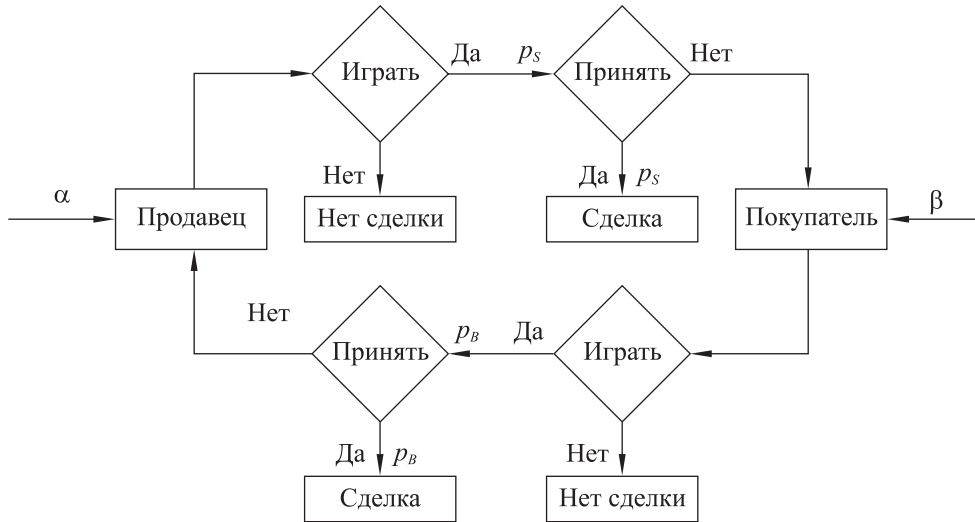


Рис. 2. Схема механизма переговоров

Для того чтобы использовать игру Перри как механизм заключения сделки, в нашем контексте мы должны включить в модель затраты и внешние возможности заключения сделки. Пусть $k \in (0, 1)$ есть вероятность того, что продавец имеет более низкие ожидаемые затраты и тем самым с вероятностью k он первым делает предложение. В этой модели параметр k — рыночная сила продавца. Следующая лемма описывает равновесное поведение для продавца s и покупателя b . Графики, иллюстрирующие зависимость ожидаемых полезностей $\pi_{s(c)}$ и $\pi_{b(v)}$ для продавца и покупателя, приведены на рис. 3(a, б) соответственно.

Лемма 1. В модели переговоров Перри с комиссионными затратами и внешними возможностями заключения сделки равновесные байесовские стратегии и соответствующие ожидаемые выигрыши для продавца $s \in [s, s_M]$ и покупателя $b \in [b_m, \bar{b}]$ приведены во врезке 1. Продавцы с высокими затратами $s \in (s_M, \bar{s}]$ и покупатели с низкими оценками $b \in [\underline{b}, b_m)$ используют внешние возможности заключения сделки.

Из врезки 1 видно, что цены предложения, критерии принятия предложения и границы участия (s_M^0 и b_m^0) почти не зависят от рыночной силы k , если ξ и η достаточно малы. Однако ожидаемый выигрыш, который продавец или покупатель могут достичь в результате переговоров, чувствителен к параметру k . Интуитивно понятно, что делающий первый ход игрок, по

существо, диктует условия переговоров. Таким образом, роль k в большей степени ограничена тем, чтобы определить, кому ходить первым. Интересно заметить, что исходная игра Перри и рассмотренная нами модифицированная игра (с комиссионными и внешними возможностями для сделки) связаны непрерывно в том смысле, что $s_M \rightarrow 1$ и $b_m \rightarrow \omega$, когда α, β, ξ и η стремятся к нулю.

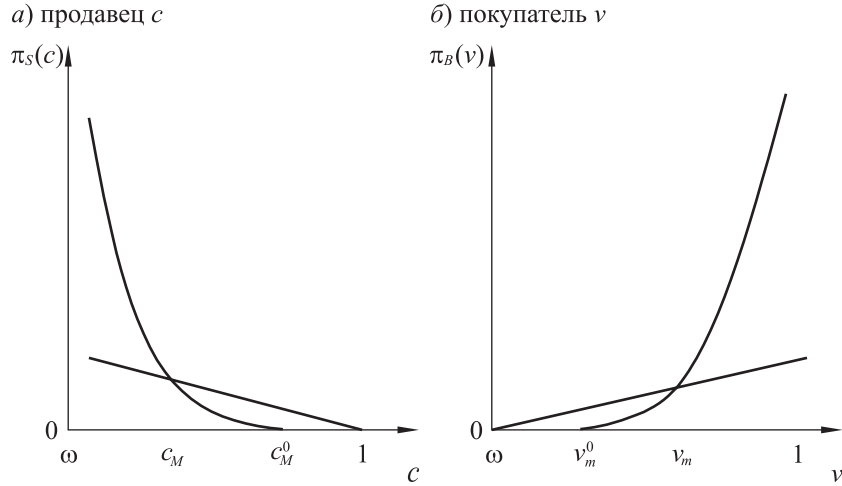


Рис. 3. Ожидаемая полезность

Ожидаемый доход рынка при заданных значениях α и β может быть определен по формуле:

$$\begin{aligned} \Pi_{E,P} &= \frac{\alpha + \beta}{(1 - \omega)^2} \times \\ &\times \int_{v_m}^1 dv \int_{\omega}^{c_M} dc \{k p_S(c) \Theta[v - (1 + \beta) p_S(c)] + (1 - k) p_B(v) \Theta[(1 - \alpha) p_B(v) - c]\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Откуда:

$$\Pi_{E,P}^0 = \frac{(\alpha + \beta)((1 - \alpha)(1 + k) + (1 + \beta)(2 - k)\omega)((1 - \alpha) - (1 + \beta)\omega)^2}{12(1 - \alpha)^2(1 + \beta)^2(1 - \omega)^2}, \quad (6)$$

$$\Delta \Pi_{E,P} = -\frac{\alpha + \beta}{(1 - \omega)^2} \left\{ k(1 - \alpha) \frac{(\Delta s_M)^2}{4} + (1 - k)(1 + \beta)\omega \frac{(\Delta b_m)^2}{4} \right\} + o(\xi, \eta). \quad (7)$$

Теперь B2B рынок может определить оптимальный размер комиссионных затрат, решая задачу максимизации своего дохода по α и β .

Механизм переговоров: равновесные стратегии и ожидаемые выигрыши

Продавец s ходит первымПредложение s -го продавца:

$$p_s(s) = \begin{cases} b_m, & \text{если } s < \tilde{s}, \\ (\bar{b} + s)/2, & \text{если } s \in [\tilde{s}, \bar{b}], \end{cases} \text{ где } \tilde{s} = 2b_m - \bar{b}.$$

Ожидаемая полезность s -го продавца:

$$\pi_s^{(1)}(s) = (1 - \alpha) \frac{(\bar{b} - s)^2}{4(\bar{b} - b_m)} \Theta[\bar{b} - s] \text{ для } s \in [\tilde{s}, \bar{b}].$$

Критерий принятия предложения покупателя b :

$$b > p_s.$$

Ожидаемая полезность покупателя b :

$$\pi_b^{(2)}(b) = (1 + \beta) \frac{(2b - \bar{b} - \underline{s})^2}{4(s_M - \underline{s})} \Theta[2b - \bar{b} - \underline{s}].$$

Покупатель b ходит первым

$$p_b(b) = \begin{cases} (\underline{s} + b)/2, & \text{если } b \in [\underline{s}, \tilde{b}], \text{ где } \tilde{b} = 2s_M - \underline{s}; \\ s_M, & \text{если } b > \tilde{b}, \end{cases}$$

$$\pi_b^{(1)}(b) = (1 + \beta) \frac{(b - \underline{s})^2}{4(s_M - \underline{s})} \Theta[b - \underline{s}] \text{ для } b \in [\underline{s}, \tilde{b}];$$

$$s < p_b;$$

$$\pi_s^{(2)}(s) = (1 - \alpha) \frac{(\bar{b} + \underline{s} - 2s)^2}{4(\bar{b} - b_m)} \Theta[\bar{b} + \underline{s} - 2s].$$

$$s_M \equiv s_M^0 - \Delta s_M, \quad b_m \equiv b_m^0 + \Delta b_m, \quad k \in (0, 1)$$

 s_M и b_m находятся из системы

$$\begin{cases} k \pi_s^{(1)}(s_M) + (1 - k) \pi_s^{(2)}(s_M) = \xi [1 - (1 - \alpha) s_M], \\ (1 - k) \pi_b^{(1)}(b_m) + k \pi_b^{(2)}(b_m) = \eta [(1 + \beta) b_m - \omega]; \end{cases}$$

$$s_M^0 \equiv s_M(\xi \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0) = \bar{b};$$

$$b_m^0 \equiv b_m(\xi \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0) = \underline{s};$$

$$\Delta s_M = 2 \left\{ (\alpha + \beta) \bar{b} \bar{s} (\bar{b} - \underline{s}) \frac{\xi}{k} \right\}^{1/2} + o(\xi, \eta);$$

$$\Delta b_m = 2 \left\{ (\alpha + \beta) \bar{b} \underline{s} (\bar{b} - \underline{s}) \frac{\eta}{1 - k} \right\}^{1/2} + o(\xi, \eta).$$

Утверждение 1. Рынок, использующий модель переговоров Перри в качестве механизма заключения сделки, имеет следующий размер оптимальных комиссионных затрат и ожидаемого дохода:

$$(\alpha + \beta)_p^* = \frac{\Delta\omega}{3} \{1 - 2(\xi + \eta)\} + o(\Delta\omega, \xi, \eta), \quad (8)$$

$$\Pi_{E,p}^* = \frac{\Delta\omega}{27} \{1 - 2(\xi + \eta)\} + o(\Delta\omega, \xi, \eta). \quad (9)$$

При достаточно малых $\Delta\omega$, ξ и η можно сделать несколько содержательных выводов из полученных результатов моделирования. Во-первых, поскольку общие комиссионные затраты ограничены, рынок имеет достаточно возможностей, чтобы разделить эти затраты между продавцами и покупателями. Во-вторых, параметр силы переговоров k мало влияет на величину дохода и комиссионных затрат. В-третьих, внешние возможности заключения сделки снижают доход рынка и комиссионные затраты. Это интуитивно понятно, поскольку внешние возможности влияют на конкурентное взаимодействие на рынке.

МЕХАНИЗМ ДВУХСТОРОННЕГО ДВОЙНОГО АУКЦИОНА

Модель Чаттерджи и Самуэльсона [Chatterjee, Samuelson, 1983] двухстороннего двойного аукциона представляет собой игру с неполной информацией между продавцом и покупателем. Затраты c продавца и оценка v покупателя являются их частной информацией. Продавец назначает цену $S(c)$, а покупатель предлагает цену $B(v)$. Это происходит одновременно. Сделка совершается с ценой $p = kS(c) + (1 - k)B(v)c$, при $B(v) \geq S(c)$, где $k \in (0, 1)$ есть экзогенный параметр, характеризующий силу торгов между продавцами и покупателями. В данной модели параметр k — это рыночная сила продавца.

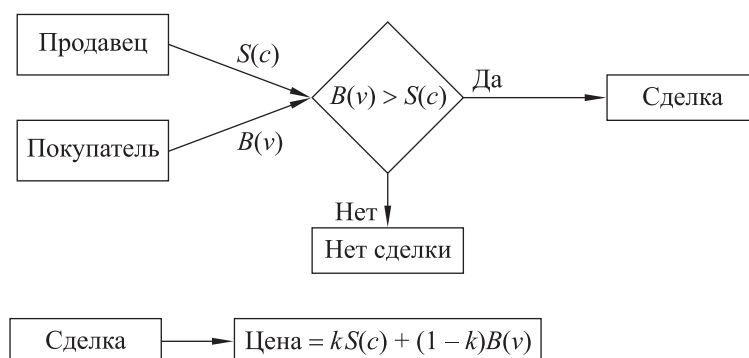


Рис. 4. Схема двухстороннего двойного аукциона

Теперь введем комиссионные затраты и внешние возможности для заключения сделки в игру, рассматривая только случай $s_M > b_m$. Данное неравенство определяет ситуацию, когда неопределенность имеет место для любой возможной сделки. Как будет показано далее, условие $s_M > b_m$ выполнено только для бесконечно малых ξ и η . Следующая лемма описывает равновесное поведение для продавца s и покупателя b .

Лемма 2. В модели двухстороннего двойного аукциона с комиссионными затратами и внешними возможностями для сделки равновесные байесовские стратегии и соответствующие ожидаемые выигрыши для продавца $s \in [\underline{s}, s_M]$ и покупателя $b \in [\underline{b}, b_m)$ приведены во врезке 2 и имеют место при $s_M > b_m$. Продавцы с высокими издержками (s_M, \bar{s}) и покупатели с малыми оценками $b \in [\underline{b}, b_m)$ используют свои внешние возможности для заключения сделки.

Врезка 2 показывает, что при использовании двухстороннего двойного аукциона оптимальные стратегии, границы участия и ожидаемые выигрыши явно зависят от k . Это обстоятельство объясняется тем, что в двухстороннем аукционе запросы и предложения заявляются одновременно и независимо. Поэтому при заключении сделки по механизму двухстороннего двойного аукциона ни один игрок не может диктовать условия сделки в одностороннем порядке.

Исходная игра Чаттержи–Самуэльсона и ее модификация (с комиссионными затратами и внешними возможностями для сделки) больше не связаны непрерывно в том смысле, что при $k \rightarrow 0$ или $k \rightarrow 1$, величины $s_M \rightarrow [(1+k) + (1-k)\omega]/2 < 1$ и $b_m \rightarrow [k + (2-k)\omega]/2 > \omega$, когда α , β , ξ и η бесконечно малы. Это означает, что возможность получения небольшого дохода в результате использования внешних возможностей является достаточной, чтобы некоторая доля потенциальных участников рынка не приняла участия в аукционе. Тем не менее этого влияния на участие недостаточно, чтобы полностью вытеснить стратегическое участие агентов на рынке, поскольку неопределенность по-прежнему существует ($s_M > b_m$). Также интересно отметить, что механизмы Перри и Чаттержи–Самуэльсона эквивалентны при $k = 0$ или $k = 1$. Такие аукционы иногда называются *двойной аукцион предложения покупателя* (bid double auction) и *двойной аукцион запроса продавца* (ask double auction) соответственно.

Эта эквивалентность подтверждается тем, что оптимальные стратегии, границы участия и ожидаемые полезности совпадают. Вместе с тем необходимо быть осторожным, переходя к пределам при $k \rightarrow 0$ или $k \rightarrow 1$, поскольку в результате мы не всегда получим те же пределы, что и при $\xi \rightarrow 0$ и $\eta \rightarrow 0$.

Механизм двойного аукциона: стратегии и ожидаемые выигрыши

Функция запроса и ожидаемый выигрыш продавца s , где $s \in [\underline{s}, s_M]$ и $s_M > b_m$

$$S(s) = \begin{cases} B(b_m), & \text{если } s \in [\underline{s}, \tilde{s}), \\ \frac{ks_M^0 + s}{(1+k)}, & \text{если } s \in [\tilde{s}, s_M], \end{cases} \text{ где } \tilde{s} = \underline{s} + \frac{(1+k)}{(2-k)}(b_m - b_m^0).$$

Ожидаемая полезность s -го продавца:

$$\pi_s(s) = (1-\alpha) \frac{(2-k) \{ 2(s_M^0 - s)[ks_M^0 + (1-k)s_M - s] - (1-k)(s_M - s)^2 \}}{2(1+k)^2 4(\bar{b} - b_m)}.$$

Функция предложения и ожидаемый выигрыш покупателя b , где $b \in [b_m, \bar{b}]$ и $s_M > b_m$

$$B(b) = \begin{cases} \frac{(1-k)b_m^0 + b}{(2-k)}, & \text{если } b \in [b_m, \tilde{b}], \text{ где } \tilde{b} = \bar{b} - \frac{(2-k)}{(1+k)}(s_M^0 - s_M); \\ S(s_M), & \text{если } b \in (\tilde{b}, \bar{b}], \end{cases}$$

$$\pi_b(b) = (1+\beta) \frac{(1+k) \{ 2(b - b_m^0)[b - (1-k)b_m^0 - kb_m] - k(b - b_m)^2 \}}{2(2-k)^2 (s_M - \underline{s})}.$$

Участие: $s_M \equiv s_M^0 - \Delta s_M$, $b_m \equiv b_m^0 + \Delta b_m$, $\kappa \in (0, 1)$

s_M и b_m находятся из системы $\pi_s(s_M) = \xi[1 - (1-\alpha)s_M]$ и $\pi_b(b_m) = \eta[(1+\beta)b_m - \omega]$;

$$s_M^0 \equiv s_M(\xi \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0) = [(1+k)\bar{b} + (1-k)\underline{s}]/2;$$

$$b_m^0 \equiv b_m(\xi \rightarrow 0, \eta \rightarrow 0) = [k\bar{b} + (2-k)\underline{s}]/2;$$

$$\Delta s_M = 2 \left\{ \frac{(1+k)^2}{(2-k)} (\bar{s} - s_M^0) (\bar{b} - b_m^0) \frac{\xi}{k} \right\}^{1/2} + o(\xi, \eta);$$

$$\Delta b_m = \left\{ \frac{(2-k)^2}{(1+k)} (s_M^0 - \underline{s}) (b_m^0 - \underline{b}) \frac{\eta}{1-k} \right\}^{1/2} + o(\xi, \eta).$$

Ожидаемый доход рынка при заданных α и β может быть вычислен по формуле:

$$\Pi_{E,CS} = \frac{\alpha + \beta}{(1-\omega)^2} \int_{v_m}^1 dv \int_{\omega}^{c_M} dc \{ \lambda S(c) + (1-\lambda)B(v) \} \Theta[B(v) - S(c)]. \quad (10)$$

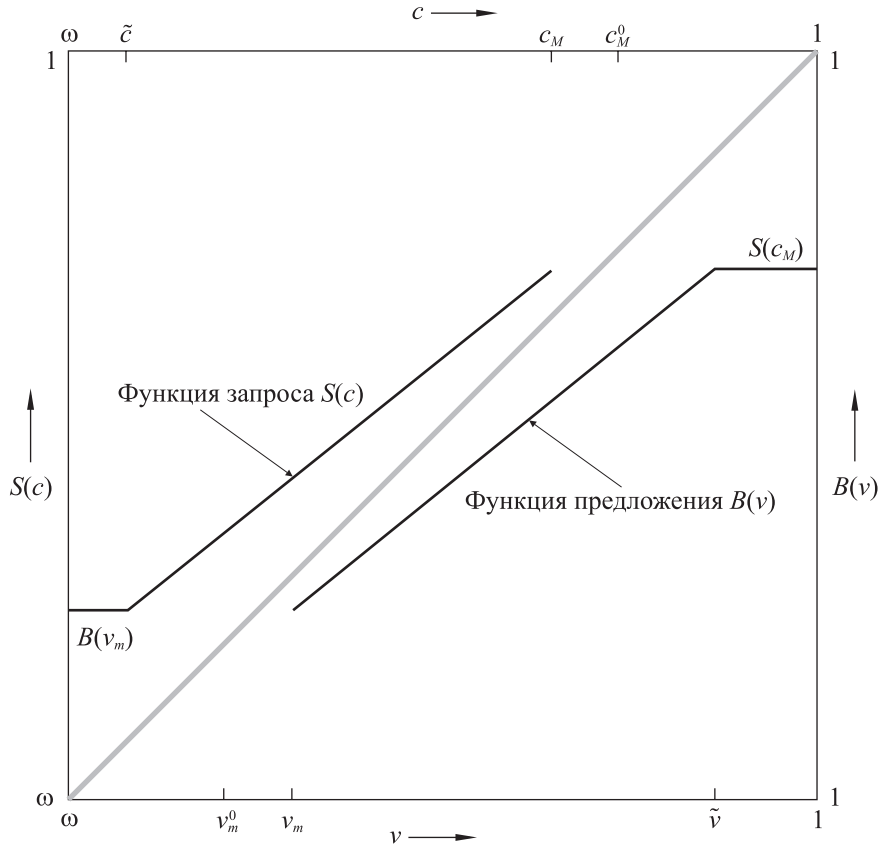


Рис. 5. Иллюстрация стратегий заявок (bidding strategies) $S(c)$ и $B(v)$ в двухстороннем двойном аукционе с комиссионными затратами и внешними возможностями для сделки

Откуда

$$\Pi_{E,CS}^0 = \frac{(2-k)(1+k)}{2} \Pi_{E,P}^0, \quad (11)$$

$$\Delta \Pi_{E,CS} = -\frac{\alpha + \beta}{(1-\omega)^2} \left\{ \frac{(2-k)(1-\alpha)}{(1+k)} \frac{(\Delta s_M)^2}{2} + \frac{(1+k)(1+\beta)\omega}{(2-k)} \frac{(\Delta b_m)^2}{2} \right\} + o(\xi, \eta). \quad (12)$$

Максимизация дохода (10) дает следующий результат.

Утверждение 2. Рынок, использующий модель двухстороннего двойного аукциона в качестве механизма формирования сделки, имеет следующие оптимальные комиссионные проценты и ожидаемый доход:

$$(\alpha + \beta)_{CS}^* = \frac{\Delta \omega}{3} \left\{ 1 - \frac{\xi}{k} - \frac{\eta}{1-k} \right\} + o(\Delta \omega, \xi, \eta), \quad (13)$$

$$\Pi_{E,CS}^* = \frac{(2-k)(1+k)}{2} \frac{\Delta\omega}{27} \left\{ 1 - \frac{2-k}{k} \xi - \frac{1+k}{1-k} \eta \right\} + o(\Delta\omega, \xi, \eta). \quad (14)$$

И здесь только общие комиссионные затраты являются ограниченными. Внешние возможности заключения сделки снижают комиссионные и доход. Тем не менее соответствующая рыночная сила теперь играет отрицательную роль, поскольку она влияет только через внешние возможности и общий множитель в выражении для оптимального дохода. Качественное сходство утверждений 1 и 2 не является неожиданным, поскольку модели переговоров и двухстороннего двойного аукциона эквивалентны, если рыночная сила между продавцом и покупателем сильно различается (т. е. при $k \rightarrow 0$ или $k \rightarrow 1$).

МЕХАНИЗМ МНОГОСТОРОННЕГО ДВОЙНОГО АУКЦИОНА

Двойной аукцион МакАфи и Престона [McAfee, Preston, 1992] представляет собой модель многостороннего двойного аукциона с неполной информацией, в котором участвуют нескольких продавцов и покупателей (агенты). Все агенты одновременно делают свои заявки, при этом затраты продавцов и оценки покупателей являются их частной информацией. Особенность данной модели аукциона состоит в том, что искреннее поведение (выбор своей частной оценки) является доминирующей стратегией для всех продавцов и покупателей.

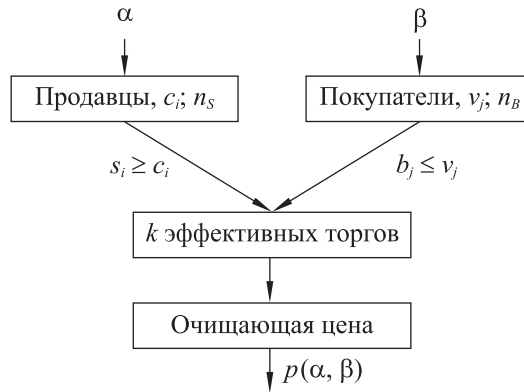


Рис. 6. Механизм многостороннего двойного аукциона

Приведем здесь правила аукциона для понимания дальнейших рассуждений (рис. 6). Для сессии аукциона, в которой участвуют n_S продавцов и n_B покупателей, пронумеруем заявки продавцов в порядке возрастания $c_1 \leq c_2 \leq \dots$ и заявки покупателей — в порядке убывания: $v_1 \geq v_2 \geq \dots$. Найдем число k эффективных торгов из условия $v_{k+1} < c_{k+1}$ и определим очища-

ющую цену по правилу: $p_0 = (c_{k+1} + v_{k+1})/2$. Если $p_0 \in [c_k, v_k]$, то все эффективные продавцы и покупатели с номерами от 1 до k торгуют по цене p_0 . Если $p_0 \notin [c_k, v_k]$, то торгуют только продавцы и покупатели с номерами от 1 до $k-1$, при этом покупатель платит v_k , продавец получает c_k , а разницу в размере $(k-1)(v_k - c_k)c$ присваивает рынок.

Лемма 3. В модели многостороннего двойного аукциона (с n_S продавцами и n_B покупателями) с комиссионными затратами и внешними возможностями заключения сделки искренняя стратегия является доминирующей для продавцов $s \in [s, s_M]$ и покупателей $b \in [b_m, \bar{b}]$. При этом рынок должен гарантировать выполнение условия $n_S = n_B$. Условие участия агентов имеет вид $s_M \leq b_m$ и соответствующая игра заключения сделки является, в сущности, детерминированной. Цена сделки, границы участия и ожидаемые выигрыши приведены во врезке 3. Продавцы с высокими затратами $s \in (s_M, \bar{s}]$ и покупатели с низкими оценками $b \in [b, b_m)$ пользуются внешними возможностями для заключения сделки.

Поскольку многие выражения в табл. 3 зависят от того, как вычисляются пределы по $\xi \rightarrow 0$ и $\pi \rightarrow 0$, введем параметр k по правилу $\xi \equiv k\eta$. Параметр k имеет смысл рыночной силы продавца при использовании механизма МакАфи-Престона и выражается в сравнительном преимуществе при реализации внешних возможностей заключения сделки между продавцами и покупателями. Модель заключения сделки при использовании такого механизма, по существу, становится детерминированной, поскольку затраты и интервалы оценок участия продавцов и покупателей больше не пересекаются (или $b_m \geq s_M$). Каждый игрок, который приходит на рынок, гарантированно имеет дело с фиксированной ценой $p_0 = (s_M + b_m)/2$ (рис. 7).

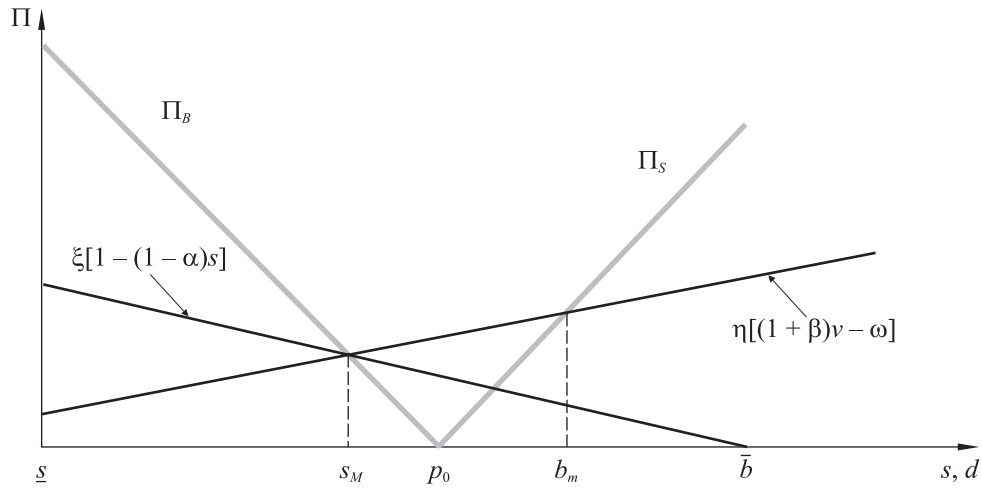


Рис. 7. Цена сделки

Несмотря на то что при механизме МакАфи–Престона рациональное поведение агентов является простым, границы промежутков участия, ожидаемые выигрыши и цена сделки зависят от рыночной силы k в явном виде (врезка 3).

<i>Врезка 3</i>
Механизм многостороннего двойного аукциона: равновесные стратегии и ожидаемые полезности ($n_S = n_B$)
Ожидаемые выигрыши продавца s и покупателя b при $s \in [\underline{s}, s_M]$, $b \in [b_m, \bar{b}]$, $s_M < b_m$
$\pi_S(s) = (1 - \alpha) \left(\frac{s_M + b_m}{2} - s \right)$ $\pi_B(b) = (1 + \beta) \left(b - \frac{s_M + b_m}{2} \right)$
Участие: $s_M \equiv s_M^0 - \Delta s_M$, $b_m \equiv b_m^0 + \Delta b_m$, $\xi \equiv k\eta$ и $k \in [k_m, k_M]$
s_M и b_m получены из $\pi_S(s_M) = \xi[1 - (1 - \alpha)s_M]$ и $\pi_B(b_m) = \eta[(1 + \beta)b_m - \omega]$
$s_M = \frac{b + k\bar{s} - 2k\eta\bar{s}}{1 + k - 2k\eta} \xrightarrow{\eta \rightarrow 0} \frac{b + k\bar{s}}{1 + k} \equiv s_M^0 \text{ и } \Delta s_M = \frac{2k(\bar{s} - \underline{b})}{(1 + k)^2} \eta + o(\eta)$ $b_m = \frac{b + k\bar{s} - 2k\eta\underline{b}}{1 + k - 2k\eta} \xrightarrow{\eta \rightarrow 0} \frac{b + k\bar{s}}{1 + k} \equiv b_m^0 \text{ и } \Delta b_m = \frac{2k^2(\bar{s} - \underline{b})}{(1 + k)^2} \eta + o(\eta)$
Цена сделки: $p_0 = (s_M + b_m)/2$
$k_m = (\underline{s} - \underline{b})/(\bar{s} - \underline{s})$ и $k_M = (\bar{b} - \underline{b})/(\bar{s} - \bar{b})$

Проанализируем теперь случай, когда $n_S \neq n_B$. Пусть для определенности $n_S < n_B$. Тогда возможны не более чем n_S сделок. Тогда покупатели с оценкой b_m (и близкой к ней) никогда не заключат сделку, поэтому не будут участвовать в аукционе и воспользуются внешними возможностями для заключения сделки. Заметим, что такого рода эффекты являются прямым следствием предположения модели о том, что каждый игрок использует механизм аукциона только один раз. В действительности требование леммы 3 о необходимости обеспечения равенства $n_S = n_B$ слишком сильное. Тем не менее оно может служить предупреждением для рынка о том, что все детали в дизайне данного механизма заключения сделки значат многое.

Ожидаемый доход рынка задается формулой:

$$\Pi_{E, M} = \left\{ (\alpha + \beta) p_0 \frac{(\bar{b} - b_m)(s_M - \underline{s})}{(1 - \omega)^2} \right\} \ominus \left[\frac{1 - \alpha}{1 + \beta} - \omega \right]. \quad (15)$$

Несложные алгебраические выкладки приводят к выводу:

$$\Pi_{E, M}^0 = \frac{(\alpha + \beta)}{2(1 - \omega)^2} (s_M^0 + b_m^0)(\bar{b} - b_m^0)(s_M^0 - \underline{s}), \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \Delta \Pi_{E, M} &= \\ &= -\frac{(\alpha + \beta)}{2(1 - \omega)^2} \{ (b_m^0 + 2s_M^0 - \underline{s})(\bar{b} - b_m^0)\Delta s_M + (s_M^0 + 2b_m^0 - \bar{b})(s_M^0 - \underline{s})\Delta b_m \} + \\ &+ o(\eta). \end{aligned} \quad (17)$$

Максимизация дохода (15) дает следующий результат.

Утверждение 3. Рынок, использующий модель многостороннего двойного аукциона МакАфи–Престона в качестве механизма заключения сделки, имеет оптимальные комиссионные и ожидаемый доход вида:

$$(\alpha + \beta)_M^* = \frac{\Delta \omega}{3} \left\{ g(k) - \frac{k(1+k)[3 - 2g(k)]}{1 + k^2 - kg(k)} \eta \right\} + o(\Delta \omega, \eta), \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{E, M}^* &= \\ &= \frac{\Delta \omega}{27} g(k) \left\{ \frac{[3 - kg(k)][3k - g(k)]}{(1+k)^2} - \frac{2k[3 + g(k)][3(1+k)^2 - 2kg(k)]}{(1+k)^3} \right\} + \\ &+ o(\Delta \omega, \eta), \end{aligned} \quad (19)$$

где $g(k) \equiv (1 + k^2 - \sqrt{1 - k^2 + k^4})/k$.

Заметим, что $g(k) = g(1/k)$. Это означает, что оптимальные комиссионные и ожидаемый доход инвариантны при $k \rightarrow 1/k$ и $\eta \rightarrow \xi$. Невзирая на значительную разницу между механизмами Перри, Чаттерджи–Самуэльсона и МакАфи–Престона, при малых значениях параметров оптимальные комиссионные и ожидаемый доход в утверждении 3 качественно схожи с результатами утверждений 1 и 2. Несмотря на то что главная часть комиссионных и доходов теперь явно зависит от k , гладкость функции $g(k)$ и свойство $g(1) = 1$ делают эту зависимость достаточно ясной.

СРАВНЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ ЗАКЛЮЧЕНИЯ СДЕЛКИ

В этом разделе мы сравним механизмы заключения сделки в соответствии с результатами, полученными в последних трех разделах, и произведем относительное ранжирование рассмотренных сценариев на рынке в терминах эффективности, участия и условий реализуемости. Для простоты рассмотрим только базовую модель, т. е. предельный случай при $\xi \rightarrow 0$ и $\eta \rightarrow 0$. Будем также считать, что рыночная сила (k) равна $k = 1/2$ для ме-

ханизмов Перри и Чаттерджи–Самуэльсона и принимает значение $k = 1$ для механизма МакАфи–Престона.

Одно свойство непосредственно следует из сравнения трех лемм и утверждений. Несмотря на то что индивидуальное поведение игроков зависит от микроэкономических характеристик механизма заключения сделки и сами игры существенно отличаются, имеет место общее правило назначения оптимальных размеров комиссионных или платы за вход. Это правило можно сформулировать так: общий излишек делится поровну между рынком и всеми торгующими агентами вне зависимости от того, какой из трех механизмов используется.

Чтобы количественно измерить относительную эффективность рынка, рассмотрим общие ожидаемые излишки для продавцов и покупателей, получаемые на рынке в равновесии:

$$\Pi_S^* = \frac{1 - v_m^*}{1 - \omega} \int_{\omega}^{c_M^*} \frac{dc}{1 - \omega} \{ \pi_S^*(c) - e_S^* \} \quad \text{и} \quad \Pi_B^* = \frac{c_M^* - \omega}{1 - \omega} \int_{v_m^*}^1 \frac{dv}{1 - \omega} \{ \pi_B^*(v) - e_B^* \}, \quad (20)$$

где $\pi_{S(c)}$ и $\pi_{B(v)}$ представляют собой ожидаемые выигрыши для продавца c и покупателя v соответственно.

Длины промежутков участия $(c_M^* - \omega)/(1 - \omega)$ и $(1 - v_m^*)/(1 - \omega)$ определяют доли продавцов и покупателей, выбирающих рынок. Также установим вероятность участия в торгах для каждой стороны механизма заключения сделки. Если эта вероятность равна 1, то соответствующий механизм заключения сделки является эффективно детерминированным в том смысле, что цена сделки больше не зависит от стратегических действий участвующих продавцов и покупателей.

Суммируем результаты базовой модели в табл. 1 (когда затратами являются только комиссионные выплаты) и табл. 2 (когда затраты — только плата за вход). Из данных таблиц видно, что рынок всегда получает половину общих излишков, в то время как вторая половина делится между продавцами и покупателями, что отражает монопольную силу рынка. Среди шести возможных вариантов (три механизма с двумя типами затрат в каждом) механизм Чаттерджи–Самуэльсона с комиссионными затратами парето-доминирует остальные механизмы заключения сделки благодаря множителю $(2 - k)(1 + k)/2$.

С точки зрения побуждения к участию механизм Перри с комиссионными затратами привлекает наибольшее количество продавцов и покупателей ($2/3$ от общего числа потенциальных участников каждой стороны). Однако при этом механизме завершение торговой сессии заключением сделки наименее вероятно (вероятность заключения сделки равна $1/4$). Напротив, механизмы с гарантированной сделкой всегда вовлекают меньшее количе-

ство потенциальных участников (только 1/3 от каждой стороны). Отметим, что если $\Delta\omega$ мало, то все цены сделки приблизительно равны 1, отличаясь слагаемыми более высокой степени малости. Оптимальность по Парето механизма Чаттержи–Самуэльсона с комиссионными дает право рассматривать его как лучший компромисс между количеством участников и вероятностью сделки.

Таблица 1

Сравнение механизмов заключения сделки с комиссионными в базовом случае

Механизм	$\alpha^* + \beta^*$	$\frac{c_M^* - \omega}{1 - \omega}$	$\frac{1 - v_m^*}{1 - \omega}$	Вероятность сделки	Π_S^*	Π_B^*	Π_E^*
Перри	$\Delta\omega/3$	2/3	2/3	1/4	$\Delta\omega/54$	$\Delta\omega/54$	$\Delta\omega/27$
Чатгержи–Самуэльсона	$\Delta\omega/3$	1/2	1/2	1/2	$\Delta\omega/48$	$\Delta\omega/48$	$\Delta\omega/27$
МакАфи–Престона	$\Delta\omega/3$	1/3	1/3	1	$\Delta\omega/54$	$\Delta\omega/54$	$\Delta\omega/27$

Таблица 2

Сравнение механизмов заключения сделки с платами за вход в базовом случае

Механизм	$e_S^* + e_B^*$	$\frac{c_M^* - \omega}{1 - \omega}$	$\frac{1 - v_m^*}{1 - \omega}$	Вероятность сделки	Π_S^*	Π_B^*	Π_E^*
Перри	$\Delta\omega/3$	1/3	1/3	1	$\Delta\omega/54$	$\Delta\omega/54$	$\Delta\omega/27$
Чатгержи–Самуэльсона	$\Delta\omega/3$	1/3	1/3	1	$\Delta\omega/54$	$\Delta\omega/54$	$\Delta\omega/27$
МакАфи–Престона	$\Delta\omega/3$	1/3	1/3	1	$\Delta\omega/54$	$\Delta\omega/54$	$\Delta\omega/27$

Примечание к табл. 1 и 2: все результаты приведены для главной части $\Delta\omega$.

С точки зрения величины дохода затраты на вход так же эффективны, как и комиссионные затраты. Однако если плата за вход будет назначаться выше указанного уровня, то необходимо обратить внимание на ряд факторов, которые объясняют возможность появления проблемы неблагоприятного выбора. Во-первых, при затратах типа платы за вход используется сложная система ценообразования, если рынок поддерживает торги с очень различающимися параметрами. Если участники рынка не склонны к риску, то затраты на вход могут препятствовать их участию. Это второй фактор. И наконец, отметим, что в типичной B2B

среде рынок такого типа достаточно узкий (не так много продавцов и покупателей, которые могут в достаточной степени удовлетворять друг друга), поэтому любое дополнительное отрицательное воздействие (помимо внешней возможности заключения сделки) может разрушить рынок, поскольку агенты не будут участвовать в торгах. Конечно, реальная система затрат в виде двойных тарифов может только улучшить системы с комиссионными затратами или платой за вход. Наше исследование дает подходящий инструмент для этого случая, хотя получить аналитические результаты гораздо сложнее.

РЕЗУЛЬТАТЫ, ВЫВОДЫ И РЕКОМЕНДАЦИИ

Мы предложили и исследовали экономическую B2B модель, в которой рынок выступает хозяйствующим посредником между покупателями и продавцами. В основе методологии исследования лежит парадигма принципал — агент в ее классическом понимании. При таком подходе B2B рынок интерпретируется как принципал, который определяет механизм заключения сделки. Продавцы и покупатели являются агентами, которые могут торговать на рынке. Мы рассмотрели случай эндогенного участия в торгах путем учета внешних возможностей для заключения сделки. Несмотря на то что модель достаточно упрощена, она покрывает некоторые реальные аспекты функционирования B2B рынка. Нами тщательно исследованы вопросы, относящиеся к доходу и системе затрат рынка. В ходе исследования были доказаны и обоснованы все необходимые утверждения для каждого рассматриваемого механизма заключения сделки.

Основные содержательные выводы, вытекающие из проведенного анализа, следующие. Индивидуальное поведение агентов (участие в торгах и стратегия поведения на торгах) сильно зависит от правил механизма заключения сделки. Тем не менее проведенный анализ объясняет некоторые качественные закономерности, которые могут быть сформулированы в качестве гипотез для последующего количественного (возможно, эконометрического) анализа. Первый содержательный результат (и одновременно гипотеза для эмпирического исследования) заключается в том, что более эффективные агенты, т. е. продавцы с относительно низкими затратами и покупатели с относительно высокими оценками, более вероятно будут участвовать в торгах B2B рынка. Второй вывод (гипотеза для эмпирического исследования) состоит в том, что существование внешних возможностей для заключения сделки вызывает конкурентное давление на монополистический B2B рынок и тем самым обеспечивает тенденцию уменьшать его затраты и доход.

Напротив, оптимальные стратегии и ожидаемая выручка, как оказалось, в значительной степени нечувствительны к деталям процесса заключения

сделки и соответствующей рыночной силе (третья гипотеза для эмпирического исследования). Когда общая маржа $\Delta\omega$ и коэффициенты, характеризующие увеличение ожидаемой полезности при использовании внешних возможностей заключения сделки ξ, η малы, общие оптимальные комиссионные затраты равны $(\alpha^* + \beta^*) \sim \Delta\omega/3$. При этом общие оптимальные платы за вход равны $(e_s^* + e_b^*) \sim \Delta\omega/3$, оказывая влияние на соответствующий ожидаемый доход рынка и общий излишек для участвующих продавцов и покупателей. Наш анализ также показывает, что общий принцип для дизайна механизма заключения сделки должен поддерживать баланс высокого участия и высокой вероятности заключения сделки.

Наш анализ также явно демонстрирует, что результаты модифицированной игры с фиксированным механизмом заключения сделки могут сильно отличаться от базовой игры (без учета эндогенного участия) благодаря наличию внешних возможностей заключения сделки для потенциальных продавцов и покупателей. Мы также исследовали ситуацию, в которой имел место упадок рынка. Этот результат является примером конкретной ситуации, когда рынок должен заботиться о деталях в дизайне механизма торговли для того, чтобы избежать негативных последствий (см., напр.: [McAfee, McMillan, 1978]).

Имеется много аспектов бизнеса на B2B рынке, которые еще недостаточно исследованы. Среди них — многомерный случай (дифференцированные продукты) [Maskin, Riley, 1989], комбинаторные аспекты (дополняемость и комплект продуктов), вопросы динамики, процессы обмена информацией в ходе торгов [Maskin, Riley, 1985], существование второй возможности для сделки, если в первом раунде сделку совершить не удалось. К ним можно также отнести согласование механизмов между продавцами и покупателями, прямое взаимное влияние участников рынка (отличающееся от непрямого влияния через внешние возможности заключения сделки) [Maskin, 1992] для создания или корректировки правил заключения сделки и другие дополнительные услуги, которые может обеспечить рынок, такие как консалтинг и интеграция процесса закупок в систему управления поставками. Для дальнейших исследований не менее интересна задача построения оптимального дизайна для механизма заключения сделки.

Приложение 1

Затраты типа платы за вход. В этом подразделе мы предполагаем $\alpha = \beta = 0$, поэтому $s = c$ и $b = v$. Соответствующие отношения безразличия теперь имеют вид: $\pi_s(c_M) = e_s + \xi(1 - c_M)$ и $\pi_b(v_m) = e_b + \eta(v_m - \omega)$. Можно непосредственно проверить, что предположение $c_M > v_m$ несовместимо с оптимальной стратегией рынка в трех исследуемых механизмах с платами за вход. Поэтому рассмотрим только случай,

когда $c_M < v_m$. Если носитель функции распределения затрат принадлежит носителю функции распределения оценок, то вероятность сделки равна 1 в каждой сессии заключения сделки. Более того, ожидаемый доход рынка имеет вид:

$$\Pi_E(e_S, e_B; \xi, \eta) = \frac{(c_M - \omega)(1 - v_m)}{(1 - \omega)^2} \{e_S + e_B\}, \quad (21)$$

если правая часть в (21) неотрицательна. Как мы увидим позже, $\pi_{S(c)}$ и $\pi_{B(v)}$ являются аффинными функциями. Это означает, что условия безразличия обеспечивают линейную зависимость e_S и e_B от c_M и v_m . Таким образом, максимизация дохода рынка может проводиться по переменным c_M и v_m . Для того чтобы упростить решение задачи максимизации, будем рассматривать только главный член выражения (21): $\Pi_E \equiv \Pi_E^0(c_M, v_m) + \Delta\Pi_E(c_M, v_m; \xi, \eta)$. Мы будем выполнять вычисления только для главных степеней ξ и η .

Рассмотрим сначала механизм Перри. Неравенство $c_M > v_m$ невозможно. Когда пересечения нет ($c_M < v_m$), лемма 1 и врезка 1 показывают, что оптимальные цены предложения есть граничные решения $p_S(c) = v_m$ и $p_B(v) = c_M$. Соответствующие ожидаемые выигрыши при $c \in [\omega, c_M]$ и $v \in [v_m, 1]$ имеют вид:

$$\pi_S(c) = k(v_m - c) + (1 - k)(c_M - c) \text{ и } \pi_B(v) = (1 - k)(v - c_M) + k(v - v_m). \quad (22)$$

Условия безразличия дают $e_S + e_B = (v_m - c_M) - \xi(1 - c_M) - \eta(v_m - \omega)$. Это приводит к следующим выражениям для составляющих ожидаемого дохода рынка:

$$\Pi_E^0 = \frac{(c_M - \omega)(1 - v_m)(v_m - c_M)}{(1 - \omega)^2}, \quad \Delta\Pi_E = -\frac{(c_M - \omega)(1 - v_m)[\xi(1 - c_M) + \eta(v_m - \omega)]}{(1 - \omega)^2}. \quad (23)$$

Решая задачу максимизации, получаем $c_M^* = 1 - (2 + \eta)\Delta\omega/3$ и $v_m^* = 1 - (1 + \xi)\Delta\omega/3$. Следовательно, оптимальные платы за вход и доход задаются выражениями:

$$e_S^* = [k - (2 - k)\xi + \eta]\Delta\omega/3, \quad e_B^* = [(1 - k) - (1 + k)\eta + \xi]\Delta\omega/3$$

$$\text{и } \Pi_E^* = [1 - 2(\xi + \eta)]\Delta\omega/27.$$

Теперь рассмотрим механизм Чаттерджи–Самуэльсона с платами за вход. Поскольку носители распределений затрат и оценок больше не пересекаются, результаты леммы 2 и врезки 2 не существенны. Случай, когда $c_M < v_m$, оказывается частным случаем механизма Макафи–Престона. Это объясняется тем, что предложение продавца c_M и заявка покупателя v_m определяют равновесие по Нэшу. Это равновесие имеет ту же цену сделки, что и в механизме Макафи–Престона с одним продавцом и одним покупателем.

Теперь рассмотрим механизм Макафи–Престона. Из леммы 3 и врезки 3 ожидаемые выигрыши теперь задаются формулами $\pi_S(c) = (c_M + v_m - 2c)/2$, где $c \in [\omega, c_M]$ и $\pi_B(v) = (2v - c_M - v_m)/2$, где $v \in [v_m, 1]$. Поскольку условия безразличия дают те же описания для $(e_S + e_B)$, как и в механизме Перри с платами за вход, ожидаемый доход рынка имеет тот же вид, что и в уравнении (23). Из этого следует, что значения c_M^* , v_m^* и Π_E^* те же, что и в механизме Перри с платами за вход.

Вместе с тем величины оптимальных плат за вход равны $e_s^* = (1 - 3\xi + \eta)\Delta\omega/6$ и $e_b^* = (1 - 3\eta + \xi)\Delta\omega/6$.

Комментарий. Хотя внешние возможности заключения сделки также приводят к снижению количества участников и уменьшению дохода рынка в случае с платами за вход, влияние внешних возможностей не всегда односторонне в сравнении со случаем комиссионных. Более того, сам вид влияния на участие также отличается от случая комиссионных, поскольку зависимости c_M^* и v_m^* от ξ и η в рассмотренных случаях различны. Следующее отличие от комиссионных затрат состоит в том, что рынок больше не делит общие платы за вход между продавцами и покупателями, поскольку оптимальный размер платы за вход для покупателей и продавцов теперь определяется раздельно.

Приложение 2

Доказательство утверждений. В этом подразделе мы докажем приведенные выше результаты для механизмов заключения сделки, предполагая, что затратами как продавцов, так и покупателей являются комиссионные выплаты ($e_s = e_b = 0$). В данном случае легче работать с парой модифицированных функций полезности. Запишем выражения (1) и (2) в виде:

$$\tilde{u}_s(s) \equiv \frac{u_s(c)}{1 - \alpha} = \begin{cases} p_s - s, & \text{сделка по цене } p_s, \\ 0, & \text{нет сделки,} \end{cases} \quad (24)$$

$$\tilde{u}_b(b) \equiv \frac{u_b(v)}{1 + \beta} = \begin{cases} b - p_b, & \text{сделка по цене } p_b, \\ 0, & \text{нет сделки.} \end{cases} \quad (25)$$

В обозначениях $\tilde{u}_s(s)$ и $\tilde{u}_b(b)$, где $s \in [s, s_M]$ и $b \in [b_m, \bar{b}]$, игра механизма заключения сделки становится эквивалентной базовой игре, если не учитывать участие.

Доказательство леммы 1. Наши предположения отличаются от предположений в исходной модели Перри лишь в одношаговой игре. Поэтому мы будем исследовать только одношаговую игру. Очевидно, что критерии принятия предложения, приведенные во врезке 1, являются доминирующими стратегиями для второго игрока. С учетом комиссионных затрат задача максимизации полезности для первого игрока имеет вид:

$$\pi_s^{(1)}(s) = \max_{p \in [b_m, \bar{b}]} \left\{ (1 - \alpha)(p - s) \frac{\bar{b} - p}{\bar{b} - b_m} \right\}, \quad (26)$$

$$\pi_b^{(1)}(b) = \max_{p \in [s, s_M]} \left\{ (1 + \beta)(b - p) \frac{p - s}{s_M - s} \right\}, \quad (27)$$

для продавца s и покупателя b соответственно. Оптимальные цены предложения $p_s(s)$ и $p_b(b)$ также находятся из этих уравнений. Ограничения на промежуток цен предложения должны гарантировать, что вероятности принятия предложения нахо-

дятся в промежутке $[0, 1]$. Ожидаемая полезность для второго игрока вычисляется согласно формуле:

$$\pi_s^{(2)}(s) = \int_{b_m}^{\bar{b}} \frac{db}{\bar{b} - b_m} (1 - \alpha) \{p_B(b) - s\} \Theta[p_B(b) - s], \quad (28)$$

$$\pi_B^{(2)}(b) = \int_{\underline{s}}^{s_M} \frac{ds}{s_M - \underline{s}} (1 + \beta) \{b - p_S(s)\} \Theta[b - p_S(s)]. \quad (29)$$

При фиксированном $k \in (0, 1)$ мы всегда имеем неравенства $\tilde{c} < \omega$ и $\tilde{v} > 1$ для малых ξ и η . Поэтому во врезке 1 приведены результаты, имеющие отношение к решению уравнений (26) и (27) только во внутренней области.

Доказательство леммы 2. Рассмотрим тот же класс равновесий, что и Чаттерджи–Самуэльсон в своей работе [Chatterji, Samuelson, 1983] (см. врезку 2 и рис. 2), т. е. предположим, что функция спроса $S(s)$ является возрастающей при $s \in [\tilde{s}, s_M]$ и принимает постоянное значение при $s \in [\underline{s}, \tilde{s}]$; функция предложения $B(b)$ является убывающей при $b \in [b_m, \tilde{b}]$ и принимает постоянное значение при $b \in [\tilde{b}, \bar{b}]$. Задачи максимизации ожидаемой полезности для продавца s и покупателя b имеют соответственно вид:

$$\pi_s(s) = \max_{x \in [\underline{s}, \tilde{s}]} \int_{b_m}^{\bar{b}} \frac{db}{\bar{b} - b_m} \{[kx + (1 - k)B(b)] - s\} \Theta[B(b) - s], \quad (30)$$

$$\pi_B(b) = \max_{y \in [\tilde{b}, \bar{b}]} \int_{\underline{s}}^{s_M} \frac{ds}{s_M - \underline{s}} \{b - [kS(s) + (1 - k)y]\} \Theta[b - S(s)]. \quad (31)$$

Условия первого порядка для функций (30) и (31) приводят к следующей системе дифференциальных уравнений:

$$S^{-1}(B(x)) = B(x) - k(\bar{b} - x)B'(x), \quad (32)$$

$$B^{-1}(S(y)) = S(y) + (1 - k)(y - \underline{s})S'(y). \quad (33)$$

Граничные условия для определения \tilde{s} и \tilde{b} имеют вид $S(\tilde{s}) = B(b_m)$ и $B(\tilde{b}) = S(s_M)$. Легко проверить, что приведенные во врезке 2 функции удовлетворяют уравнениям (32), (33) и граничным условиям.

Доказательство леммы 3. Очевидно, что доминирующие стратегии для продавца и покупателя становятся искренними по s и b , соответственно.

Если можно использовать внешние возможности для заключения сделки, то рынок должен установить правило аукциона, при котором количество продавцов равно количеству покупателей в каждой сессии: $n_s = n_B$. Это объясняется тем, что остальные ситуации (когда $n_s \neq n_B$) приведут к слишком малому количеству как покупателей, так и продавцов, желающих участвовать в обмене. Аргумент здесь достаточно простой. Предположим, что $n_s < n_B$. Тогда количество сделок, заключенных в каждую сессию, может быть максимум n_s . Это означает, что всегда существуют некоторые покупатели, которые не получают излишек. Уменьшение заявки покупателя менее вероятно закончится для него сделкой. Покупатель, который считает, что имеет наименьшую оценку ($b = b_m$), будет полагать, что он имеет нулевые шан-

сы заключить сделку, поскольку вероятность того, что другие покупатели назначат заявку меньше, чем его, равна 0. Следовательно, этот покупатель предпочтет реализовать свои внешние возможности для заключения сделки. Такие же размышления применимы относительно следующего покупателя с наименьшей оценкой и т. д. Таким образом, один за другим, все покупатели предпочтут не участвовать в работе рынка. Исследование ситуации, когда $n_S > n_B$, аналогично. Эффект упадка рынка при $n_S \neq n_B$ подобен проблеме неблагоприятного выбора на рынке подержанных автомашин (см., напр.: [Akerlof, 1970]). Дело в том, что владельцы подержанных автомашин с высоким качеством не стремятся продавать их на рынке, загрязненном «лимонами» (подержанными автомобилями с низким качеством), из-за боязни не получить адекватную цену.

Если $n_S = n_B$, то возможны два варианта: 1) с непустым пересечением множеств оценок: $s_M > b_m$ и 2) с пустым пересечением: $s_M < b_m$. Вариант 1 означает неопределенный результат для каждого механизма заключения сделки, тогда как при варианте 2 все исходы заключения сделки фактически детерминированы.

Тем не менее для варианта 1 может быть показано, что если $s_M > b_m$, то

$$\lim_{s \rightarrow s_M - 0} \pi_S(s) = 0 \quad \text{и} \quad \lim_{b \rightarrow b_m + 0} \pi_B(b) = 0. \quad (34)$$

Это прямое следствие правил аукциона. Идея доказательства следующая. Рассмотрим продавца, который (правдиво) предлагает $s \in [\underline{s}, s_M]$. Для того чтобы совершить сделку, его ранг должен быть не меньше k (эффективного числа торгов). Если $k < n_S$ или $s < s_k$, то должны быть другие продавцы, чьи предложения выше s . Однако если s стремится к s_M , то вероятность найти продавцов, чьи предложения выше, пропорциональна положительным степеням $s_M - s$. Вместе с тем если $k = n_S$ и $s = s_k$, то правила аукциона предписывают, что продавец получает s , что дает нулевой излишек, поскольку $p_0 = (s_M + b_m)/2 \notin [s_k, b_k]$. Аналогичный аргумент может быть приведен и для ожидаемого излишка покупателя. $\lim_{s \rightarrow s_M - 0} \pi_S(s) = 0$ и $\lim_{b \rightarrow b_m + 0} \pi_B(b) = 0$ означают, что продавец $s = s_M - 0$ и покупатель $b = b_m + 0$ предпочитают использовать свои внешние возможности для заключения сделки, что противоречит определению s_M и b_m . Таким образом, предположение о том, что $s_M > b_m$, является несостоятельным.

В случае 2) ($s_M < b_m$) цена всегда представляет собой среднее между s_M и b_m , т. е. $p_0 = (s_M + b_m)/2$. В таком случае каждый гарантированно заключает сделку. Ожидаемые выигрыши для продавца $s \in [\underline{s}, s_M]$ и покупателя $b \in [b_m, \bar{b}]$ становятся детерминированными и равны:

$$\pi_S(s) = (1 - \alpha) \left(\frac{s_M + b_m}{2} - s \right) \quad \text{и} \quad \pi_B(b) = (1 + \beta) \left(b - \frac{s_M + b_m}{2} \right). \quad (35)$$

При $n_S = n_B$ условия безразличия для продавца $s = s_M$ и покупателя $b = b_m$ теперь заданы условиями $\pi_S(s_M) = \xi(1 - (1 - \alpha)s_M)$ и $\pi_B(b_m) = \eta((1 + \beta)b_m - \omega)$, соответственно. Решение этих уравнений дает результат врезки 3. Легко проверить, что $b_m - s_M$ положительно. Для того чтобы выполнялись неравенства $s_M \geq \underline{s}$ и $b_m \leq \bar{b}$,

параметр k должен принадлежать промежутку $k \in [k_m, k_M]$, где $k_m = (\underline{s} - \underline{b})/(\bar{s} - \underline{s})$ и $k_M = (\bar{b} - \underline{b})/(\bar{s} - \bar{b})$. Поэтому слишком малая или слишком большая рыночная сила также может привести к упадку рынка.

Литература

- Akerlof G.* The Market for «Lemons»: Quality Uncertainty and the Market Mechanism // Quarterly Journal of Economics. 1970. Vol. 84. N 3. P. 488–500.
- Chatterjee K., Samuelson W.* Bargaining under Incomplete Information // Operations Research. 1983. Vol. 31. N 5. P. 835–851.
- Klemperer P.* The Economic Theory of Auctions. Northampton, MA: Edward Elgar Publishing, Inc., 2000.
- Klemperer P.* Auctions: Theory and Practice. Princeton; Oxford: Princeton University Press, 2004.
- Mas-Colell A., Whinston M., Green J.* Microeconomic Theory. N.Y.: Oxford University Press, 1995.
- Maskin E. S.* Auctions and Privatization // Privatization: Symposium in Honor of Herbert Giersch / Ed. by H. Siebert. Tübingen: Mohr (Siebeck), 1992. P. 115–136.
- Maskin E. S., Riley J. G.* Auction Theory with Private Values // American Economic Review. 1985. Vol. 75. N 2. P. 150–155.
- Maskin E. S., Riley J. G.* Optimal Multi-Unit Auctions // The Economics of Missing Markets, Information, and Games / Ed. by F. Hahn. Oxford: Oxford University Press; Clarendon Press, 1989. P. 312–335.
- McAfee R. Preston.* A Dominant Strategy Double Auction // Journal of Economic Theory. 1992. Vol. 56. N 2. P. 434–450.
- McAfee R. P., McMillan J.* Auctions with a Stochastic Number of Bidders // Journal of Economic Theory. 1987. Vol. 43. N 1. P. 1–19.
- Perry M.* An Example of Price Formation in Bilateral Situations: A Bargaining Model with Incomplete Information // Econometrica. 1986. Vol. 54. N 2. P. 313–321.
- Rustichini A., Satterthwaite M., Williams S.* Convergence to Efficiency in a Simple Market with Incomplete Information // Econometrica. 1994. Vol. 62. N 5. P. 1041–1063.
- Zenkevich N., Huang S.* Comparison of Two Economic Models for a Business-to-Business Exchange // ICM Millennium Lectures on Games / Eds. L. Petrosyan, D. Yeung. Springer, 2003. P. 335–345.

Статья поступила в редакцию 18 января 2008 г.