О. И. Заяц, В. М. Макаров, С. В. Такина

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ УДЕЛЬНОГО ДЕФИЦИТА И УДЕЛЬНОГО ОСТАТКА ЗАПАСА НА СКЛАДЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛОГИСТИЧЕСКОГО МЕНЕДЖМЕНТА

В статье исследуется типовая стохастическая модель управления запасом, основанная на вычислении уровня дефицита. Выявлены ее принципиальные недостатки: независимость от коэффициента вариации потребления и уровня остаточного запаса. Предложена усовершенствованная модель, учитывающая указанные факторы. На ее основе разработан метод оптимизации резервного запаса на складе. Критерием оптимальности служит сумма потерь от дефицита и затрат на хранение. Решение доведено до числовых результатов, представленных в виде таблиц оптимальных параметров управления складом. В статье указаны границы применимости метода и приведен пример расчета.

Рациональное управление запасами является одним из ключевых вопросов производственного и операционного менеджмента. Запасы всегда возникают там и тогда, где и когда нарушается непрерывность движения материальных потоков. Исключить их появление в многономенклатурном дискретном материальном производстве различных отраслей промышленности, строительства и т. д., а также в каналах распределения произведенных товаров практически невозможно. Но и принижать их роль в качестве демпфера между смежными звеньями производства, имеющими различающиеся характеристики функционирования, нельзя. Вместе с тем хорошо известно, что запасы — слишком «дорогое удовольствие», так как их рост отрицательно сказывается на финансовых показателях деятельности предприятий и корпораций [Вумек, Джонс, 2004]. Налицо двойственность влияния запасов на эффективность производства, а следовательно, и актуальность отыскания их оптимального уровня.

Первая *задача оптимизации* применительно к управлению запасами была решена почти сто лет назад. Она позволяет на основе *идеальной модели* управления рассчитать наилучшие параметры пополнения запаса на складе. Формулу расчета оптимальной партии поставки для идеальной модели в зарубежной литературе обычно называют формулой Уилсона, или *Economic Order Quantity (EOQ)* [Джонсон и др., 2004; Чейз, Эквилайн, Якобс, 2001]. Одним из основных признаков идеальности (или условности) такой модели является то, что запас пополняется мгновенно при снижении остатка ресурса на складе до нуля. И хотя одна из разновидностей идеальной модели — модель *планируемого дефицита* [Долгов, Уваров, 2003; Модели и методы…, 2007] — позволяет рассчитать оптимальную партию даже в условиях разрешенного дефицита, тем не менее при таком допущении решение вопросов о времени заказа очередной партии и создании на складе резерва для недопущения дефицита не представляется возможным.

До 60-х гг. прошлого века считалось, что потери от дефицита в рыночной экономике слишком велики в сравнении с издержками на содержание запаса и он должен быть по возможности исключен. Но с развитием нового направления исследований в области менеджмента — логистического менеджмента (логистики) — стала очевидна несправедливость этого утверждения: оценка бизнесом затрат и потерь, обусловленных наличием запасов, поднялась до уровня, вполне сопоставимого с уровнем потерь от дефицита. Тогда возникла еще одна задача оптимизации управления запасами: *определить допустимый уровень дефицита с точки зрения экономически эффективного функционирования склада*. В настоящее время это одна из актуальных проблем теории и практики управления запасами.

Эта задача в принципе не разрешима методами *детерминированной* математики, в рамках которой выведена формула *EOQ*, если учесть случайный характер потребления ресурса и, соответственно, случайность возникновения дефицита. Только *вероятностный* подход позволяет перейти к моделям, на практике оптимизирующим соотношение «запас — дефицит». Вероятностная постановка задачи управления запасами отражает факт *независимости спроса* на складируемый ресурс от менеджмента предприятия или корпорации, которой принадлежит склад. Задача менеджера здесь — управлять поставками ресурса на склад, поддерживая на нем оптимальный уровень запаса.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В современных литературных источниках, где рассматриваются вопросы управления запасами (см., напр.: [Долгов, Уваров, 2003; Чейз, Эквилайн, Якобс, 2001; Букан, Кенигсберг, 1967] и др.) наибольшее распространение получила следующая *реальная* (в отличие от идеальной) постановка задачи управления запасами. Ресурс поступает на склад крупными партиями объемом $n_{\text{пост.}}$, а потребляется мелкими или поштучно. Время t меняется *дис-*

кретно, принимая целочисленные значения. *Интенсивность потребления ресурса* I_t для любого учетного интервала является случайной величиной. Значения I_t при различных t *независимы* и *распределены по нормальному закону* с одним и тем же *математическим ожиданием* M_I и *среднеквадратическим отклонением* σ_I. Новая партия ресурса заказывается, когда уровень наличного ресурса опускается до *точки заказа* $H_{\text{тз}}$ (модель с фиксированной партией поставки) или время заказа наступает с установленным *ритмом* $R_{\text{пост.}}$ (модель с фиксированным ритмом поставки). *Время поставки* партии $T_{\text{пост.}}$ фиксировано и не равно нулю.

Классические модели управления запасами в стохастической постановке базируются на задании такой характеристики, как *вероятность бездефицитной работы склада* P_0. На ее основе требуется рассчитать все параметры управления запасом: точку заказа, резервный запас, емкость склада, партию поставки и другие, характерные для различных моделей. Чем выше желаемая вероятность бездефицитной работы, тем большим должен быть резерв, а с ним и средний уровень хранящегося запаса, и затраты, обусловленные его хранением.

Вместе с тем с ростом P_0 снижаются объем возникающего дефицита и потери, обусловленные им. Наличие двух противоположных тенденций изменения затрат (потерь) при изменении величины P_0 приводит к необходимости решения оптимизационной задачи. Ее суть — поиск такой вероятности бездефицитной работы, при которой сумма затрат на хранение запаса и потерь ввиду его дефицита будет минимальна. Практически задача сводится к поиску оптимального уровня резервного запаса, а с ним и других параметров управления, зависящих от P_0. Как видим, задача оптимизации управления запасом получает экономическое содержание благодаря смыслу ее целевой функции.

Однако поставленная задача не может быть решена без дополнительного специального исследования целевой функции. Дело в том, что вероятность P_0 определяет только *факт отсутствия (появления) дефицита, но не его величину,* а следовательно, в целевой функции оказываются неопределенными потери, вызванные им. Таким образом, для решения задачи необходимо сначала установить зависимость между вероятностью бездефицитной работы склада, заложенной в основу управления запасом, и ожидаемым в результате такого управления дефицитом ресурса.

Вид этой зависимости в 60-е гг. XX в. предложил известный американский ученый Р. Браун [Brown, 1967]. Он выразил *нормированный резервный запас* Z (резервный запас, приходящийся на единицу среднеквадратичного отклонения), а также ожидаемый *удельный дефицит* $E(Z)$ (средний дефицит, нормированный таким же образом) через вероятность бездефицитной работы склада P_0. В результате им была построена универсальная таблица, связывающая Z и $E(Z)$. Так как выразить Z через P_0 не составляет труда, это позволило на практике оценивать ожидаемый дефицит как функцию P_0. Указанный метод и сегодня рекомендуется без каких-либо изменений в наиболее авторитетных руководствах по логистике [Чейз, Эквилайн, Якобс, 2001; Ballou, 1991].

Чтобы решить, можно ли пользоваться этой таблицей, необходимо предварительно ответить на три вопроса:

1) при каких предположениях и каким образом была построена таблица?
2) все ли факторы, влияющие на решение, учтены при ее построении?
3) существуют ли какие-либо ограничения на область ее применения?

Отвечая на них, отметим следующее. Оригинальное решение [Brown, 1967] основано на гипотезе о нормальности I_t. Последняя допускает отрицательные значения I_t, причем вероятность того, что $I_t < 0$, зависит от коэффициента вариации $\gamma = \sigma_I / M_I$ и быстро растет с ростом γ. Это ставит под сомнение вывод выражения для $E(Z)$, данный в [Brown, 1967]. Для его корректировки авторы предлагают, во-первых, с самого начала ограничить γ сверху и, во-вторых, вести вычисления так, чтобы результат был более чувствителен к значениям γ. С этой целью в основу всех расчетов закладывается распределение числа дней дефицита запаса на складе $T_{\text{деф.}}$, которое отсутствует в [Brown, 1967].

Сказанное вынудило авторов выполнить полный альтернативный вывод выражения для удельного дефицита. При этом было показано, что широко цитируемая таблица Брауна учитывает не все факторы, влияющие на решение. Далее в тексте приведена уточненная авторами таблица.

Что касается гипотезы нормальности потребления, выдвинутой Брауном, то, по мнению авторов, она действительно справедлива в некотором диапазоне изменения параметров спроса, границы которого также исследованы в настоящей статье. При этом показано, что таблица Брауна построена для недопустимого соотношения параметров спроса.

Вслед за уточнением расчета ожидаемого дефицита авторам для решения задачи оптимизации соотношения «запас — дефицит» пришлось также вывести выражение для оценки *ожидаемого удельного остатка* ресурса на складе к моменту поставки очередной партии (среднего остатка, приходящегося на единицу среднеквадратичного отклонения).

Конечная цель работы — доведение методики оптимизации резервного запаса до числовых результатов, позволяющих применять ее в практике конкретных логистических расчетов.

Отметим, что задачи оптимизации экономических показателей работы склада постоянно рассматриваются в научной литературе, но в иной постановке. Так, в [Arrow, Harris, Marschak, 1951] строилось оптимальное управление штучным запасом, когда I_t является дискретной целочисленной случайной величиной. В 60-е гг. прошлого века было получено решение оптимизационной задачи, которую сегодня часто называют «проблемой разносчика газет» [Кофман, 1966; Черчмен, Акоф, Арноф, 1968]. Эта и подобные ей задачи в той или иной степени являются развитием идеальной модели управления запасами с разрешенным дефицитом. Сегодня это направление теории управления запасами активно развивается и в работах отечественных авторов [Долгов, Козлов, Уваров, 2004; Модели и методы…, 2007; Исследования операций в экономике, 2006].

Идеи классической постановки задачи и ее решения Р. Брауном используются в современных зарубежных разработках по логистике, таких как [Бауэрсокс, Клосс, 2001; Сток, Ламберт, 2005]. Однако развитие и уточнение решения классической задачи и по сей день остаются весьма актуальными.

МЕТОД РАСЧЕТА ОЖИДАЕМОГО ДЕФИЦИТА

Будем считать, что известны параметры случайного спроса на ресурс, хранящийся на складе, — M_I и σ_I, а также время поставки — $T_{\text{пост.}}$ и задана желаемая вероятность бездефицитной работы P_0. Тогда могут быть рассчитаны основные параметры управления запасом:

- точка заказа ($H_{\text{тз}}$) в модели с фиксированной партией поставки:

$$H_{\text{тз}} = M_I T_{\text{пост.}} + \xi(P_0)\sigma_I\sqrt{T_{\text{пост.}}}, \quad (1)$$

где $M_I\, T_{\text{пост.}}$ — ожидаемое потребление ресурса за время пополнения запаса; $\sigma_I\sqrt{T_{\text{пост.}}}$ — среднеквадратичное отклонение этой случайной величины; P_0 — вероятность того, что эта случайная величина примет любое значение, не превышающее $H_{\text{тз}}$, т. е. дефицита не будет; $\xi(P_0)$ — квантиль порядка P_0 стандартного нормального закона распределения, который отыскивается по таблицам функции накопленной вероятности для нормального закона (см. формулу (7));

- условная емкость склада $H^*_{\text{скл.}}$ в модели с фиксированным ритмом (обозначения даны по: [Макаров, 2006]):

$$H^*_{\text{скл.}} = M_I(T_{\text{пост.}} + R_{\text{пост.}}) + \xi(P_0)\sigma_I\sqrt{T_{\text{пост.}} + R_{\text{пост.}}}, \quad (2)$$

где $M_I(T_{\text{пост.}} + R_{\text{пост.}})$ и $\sigma_I\sqrt{T_{\text{пост.}} + R_{\text{пост.}}}$ — параметры распределения случайной интенсивности потребления ресурса со склада за время $(T_{\text{пост.}} + R_{\text{пост.}})$.

Принципиальный подход к решению поставленной задачи одинаков для обеих моделей управления, поэтому рассмотрим его только для первой из них — модели с фиксированной партией поставки. Более подробно с обеими моделями можно познакомиться в работах [Джонсон и др., 2004; Долгов, Уваров, 2003; Макаров, 2006; Чейз, Эквилайн, Якобс, 2001].

Обозначим через $T_{\text{деф.}}$ *ожидаемое число дней дефицита* ресурса на складе. Это случайная величина, принимающая целочисленные значения в интервале $[0, T_{\text{пост.}}]$. Значение $T_{\text{деф.}} = 0$ означает полное отсутствие дефицита, а $T_{\text{деф.}} = T_{\text{пост.}}$ говорит о том, что он возник сразу же в первый день (час, месяц, неделю — в зависимости от дискретности планирования; далее будем говорить — день) после пополнения запаса. Закон распределения этой случайной величины задается вероятностями:

$$Q_k = \mathcal{P}\left\{T_{\text{деф.}} = k\right\},\ 0 \le k \le T_{\text{пост.}}. \tag{3}$$

Однако их удобнее выразить через вероятности того, что дефицит продлится не более k дней:

$$P_k = \mathcal{P}\left\{T_{\text{деф.}} \le k\right\}, \tag{4}$$

так как последние проще вычисляются и в то же время связаны с интересующими нас вероятностями Q_k очевидным соотношением:

$$P_k = \sum_{i=1}^{k} Q_i. \tag{5}$$

Случайное событие $(T_{\text{деф.}} \le k)$ Эквивалентно тому, что первые $(T_{\text{пост.}} - k)$ дней после заказа очередной партии для пополнения запаса потребление ресурса не достигло уровня $H_{\text{тз}}$, т. е. склад работал без дефицита. Поэтому вероятность отсутствия дефицита за k дней до поступления заказанной партии (4) выразится в следующем виде:

$$P_k = F(x)\frac{H_{\text{тз}} - (T_{\text{пост.}} - k)M_I}{\sigma_I\sqrt{T_{\text{пост.}} - k}},\ 0 \le k \le T_{\text{пост.}}, \tag{6}$$

где $F(x)$ есть функция накопленной вероятности:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}dt, \tag{7}$$

значения которой берутся из соответствующей таблицы. При $k = 0$ формула (6) задает вероятность бездефицитной работы склада P_0, при $k = 1$ — вероятность возникновения дефицита не ранее предпоследнего дня, т. е. P_1, и т. д.

Аргумент функции F в выражении (6) — это квантиль $\xi(P_k)$, фактически показывающий *остаток ресурса на складе при его среднем потреблении* в течение ($T_{\text{пост.}} - k$) первых дней работы склада после заказа очередной партии, или, по определению, *резервный запас*, *выраженный в долях среднеквадратичного отклонения* за тот же срок. При $k = 0$ его выражение переходит в (1).

Искомые вероятности Q_k легко выражаются через вероятности P_k с использованием соотношения (5):

$$Q_k = \begin{cases} P_0, & k = 0, \\ P_k - P_{k-1}, & 0 < k < T_{\text{пост.}}, \\ 1 - P_{T_{\text{пост.}}-1}, & k = T_{\text{пост.}}. \end{cases} \quad (8)$$

Выражение (8) при $k = T_{\text{пост.}}$ следует из того, что $P_k \equiv 1$ при $k = T_{\text{пост.}}$, поскольку $T_{\text{деф.}}$ не превосходит $T_{\text{пост.}}$.

По определению математическое ожидание времени дефицита ресурса на складе (в днях) может быть рассчитано следующим образом:

$$M_{T_{\text{деф.}}} = \sum_{k=1}^{T_{\text{пост.}}} kQ_k. \quad (9)$$

Это выражение нужно преобразовать, подставив в него правую часть (8). Результат после приведения подобных членов имеет вид:

$$M_{T_{\text{деф.}}} = T_{\text{пост.}} - \sum_{k=0}^{T_{\text{пост.}}-1} P_k = \sum_{k=0}^{T_{\text{пост.}}-1} (1 - P_k). \quad (10)$$

Ожидаемый размер дефицита $M_{H_{\text{деф.}}}$ при заданном P_0 тогда легко рассчитывается путем умножения ожидаемого времени дефицита на математическое ожидание интенсивности спроса:

$$M_{H_{\text{деф.}}} = M_I \cdot M_{T_{\text{деф.}}} = M_I \sum_{k=0}^{T_{\text{пост.}}-1} (1 - P_k), \quad (11)$$

а выражение для удельного дефицита $E(Z)$ может быть записано в виде:

$$E(Z) = \frac{M_H}{\sigma_I \sqrt{T_{\text{пост.}}}} = \frac{M_I M_{T_{\text{деф.}}}}{\sigma_I \sqrt{T_{\text{пост.}}}} = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\sum_{k=0}^{T_{\text{пост.}}-1} (1 - P_k)}{\sqrt{T_{\text{пост.}}}}, \quad (12)$$

где $\gamma = \sigma_I / M_I$ — *коэффициент вариации* интенсивности потребления товара со склада (или спроса на товар); характеризует степень близости фактических значений к математическому ожиданию и определяется среднеквадратическим отклонением потребления от среднего, выраженным в долях этого среднего.

Численная зависимость удельного дефицита от P_0 и значения γ, выступающего здесь в качестве параметра, приведена в табл. 1 [Макаров, Заяц, Семенова, 2005]. Дополнительно в таблицу введен столбец со значениями $\xi(P_0)$, (Z в обозначениях Р. Брауна).

Сравнение с оригинальным решением [Brown, 1967] показывает, что столбцы Z и $E(Z)$ для $\gamma = 1$ (табл. 1) в пределах точности вычислений повторяют таблицу Р. Брауна с той лишь разницей, что в [Brown, 1967] таблица составлена исходя из изменения с заданным шагом величины Z, а не P_0. Это подтверждает правильность предложенного авторами подхода.

Таблица 1

Удельный дефицит $E(Z)$ при различных значениях коэффициента вариации γ

P_0	$\xi(P_0)$ или Z	γ									
		0,1	**0,2**	**0,3**	**0,4**	**0,5**	**0,6**	**0,7**	**0,8**	**0,9**	**1,00**
0,10	–1,28	1,7887	1,5485	1,4670	1,4243	1,3970	1,3774	1,3621	1,3496	1,3389	1,3295
0,15	–1,04	1,5541	1,3229	1,2452	1,2046	1,1787	1,1602	1,1457	1,1339	1,1238	1,1149
0,20	–0,84	1,3725	1,1510	1,0772	1,0388	1,0143	0,9968	0,9832	0,9720	0,9625	0,9542
0,25	–0,67	1,2215	1,0102	0,9404	0,9041	0,8811	0,8646	0,8519	0,8414	0,8325	0,8247
0,30	–0,52	1,0905	0,8900	0,8242	0,7902	0,7686	0,7532	0,7413	0,7315	0,7232	0,7159
0,35	–0,39	0,9739	0,7846	0,7229	0,6911	0,6710	0,6567	0,6456	0,6365	0,6288	0,6221
0,40	–0,25	0,8680	0,6904	0,6330	0,6035	0,5848	0,5716	0,5613	0,5529	0,5458	0,5396
0,45	–0,13	0,7707	0,6052	0,5521	0,5249	0,5077	0,4955	0,4861	0,4784	0,4719	0,4662
0,50	0,00	0,6803	0,5273	0,4784	0,4537	0,4380	0,4270	0,4184	0,4113	0,4054	0,4002
0,55	0,13	0,5956	0,4556	0,4112	0,3885	0,3746	0,3646	0,3568	0,3505	0,3451	0,3405
0,60	0,25	0,5158	0,3891	0,3492	0,3292	0,3165	0,3077	0,3007	0,2951	0,2903	0,2863
0,65	0,39	0,4402	0,3273	0,2921	0,2744	0,2632	0,2555	0,2494	0,2445	0,2403	0,2367
0,70	0,52	0,3683	0,2697	0,2391	0,2238	0,2142	0,2075	0,2023	0,1981	0,1945	0,1915
0,75	0,67	0,2997	0,2158	0,1900	0,1772	0,1692	0,1636	0,1592	0,1557	0,1527	0,1502
0,80	0,84	0,2342	0,1655	0,1446	0,1342	0,1277	0,1232	0,1197	0,1169	0,1146	0,1125
0,85	1,04	0,1714	0,1186	0,1023	0,0947	0,0900	0,0864	0,0838	0,0817	0,0800	0,0784
0,90	1,28	0,1114	0,0750	0,0642	0,0588	0,0555	0,0532	0,0515	0,0501	0,0489	0,0479
0,95	1,64	0,0540	0,0350	0,0294	0,0267	0,0250	0,0239	0,0230	0,0223	0,0217	0,0212
0,99	2,33	0,0104	0,0063	0,0051	0,0046	0,0042	0,0040	0,0038	0,0037	0,0035	0,0034

ИССЛЕДОВАНИЕ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ВЕЛИЧИНУ ОЖИДАЕМОГО ДЕФИЦИТА

Расхождения в результатах выполненного расчета и первоисточника наблюдаются лишь в третьем-четвертом знаке после запятой. Можно предположить, что причина различий заключается в несовпадающей дискретности представления срока поставки. Дело в том, что $T_{\text{пост.}}$ — величина условная, которую можно представить разбитой на разное число *учетных интервалов*. Например, один месяц можно представить как четыре недели, двадцать рабочих дней, сорок рабочих смен или 320 рабочих часов.

Рост дискретности не меняет характера найденной зависимости, но в то же время позволяет повысить точность результатов, так как модель приближается к непрерывной [Джигарджян, Рубальский, 1988; Рубальский, 1977; Рыжиков, 2001]. Таким образом, отметим, что дискретность интервала управления — важный инструментальный, но не концептуальный фактор. Влияние количества учетных интервалов на результаты расчетов показано на рис. 1. Очевидно, что рост дискретности усложняет и удорожает выполнение учетно-плановых операций, но одновременно позволяет повысить точность управления запасами.

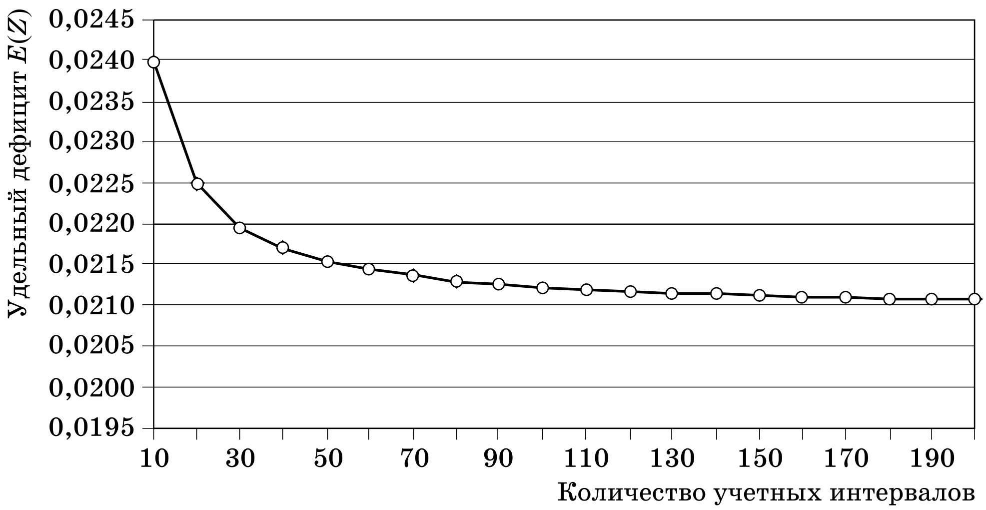

Рис. 1. Зависимость удельного дефицита товара на складе от количества учетных интервалов при $P_0 = 0{,}95$

Согласно формуле (12) результат находится в обратно пропорциональной зависимости от коэффициента вариации. Этот параметр в таблице Брауна отсутствует вовсе. Все расчеты выполнены им для $\gamma = 1$.

Для практики производственно-логистических систем такое значение γ не характерно. Неопределенность потребления товара со склада в этом случае оказывается очень большой, спрос — фактически непредсказуемым и не описываемым нормальным законом распределения. Тем не менее численно исследуем влияние на результат изменения параметра γ в интервале [0,05; 1,0]. Оно показано в виде графика на рис. 2.

Влияние на решение задачи параметра γ наиболее существенно на нижней границе интервала — в области, характерной для реальных структур. Это требует обязательного учета данного параметра при решении поставленной задачи. В то же время сказанное порождает новый вопрос: зависит ли от значения γ величина $M_{T\text{деф.}}$? Если *не зависит*, то достаточно будет рассчитать и представить пользователю ряд значений функции $M_{T_{\text{деф.}}} = f(P_o)$ без учета изменения γ по аналогии с тем, что было сделано Брауном для функции $E(Z)$.

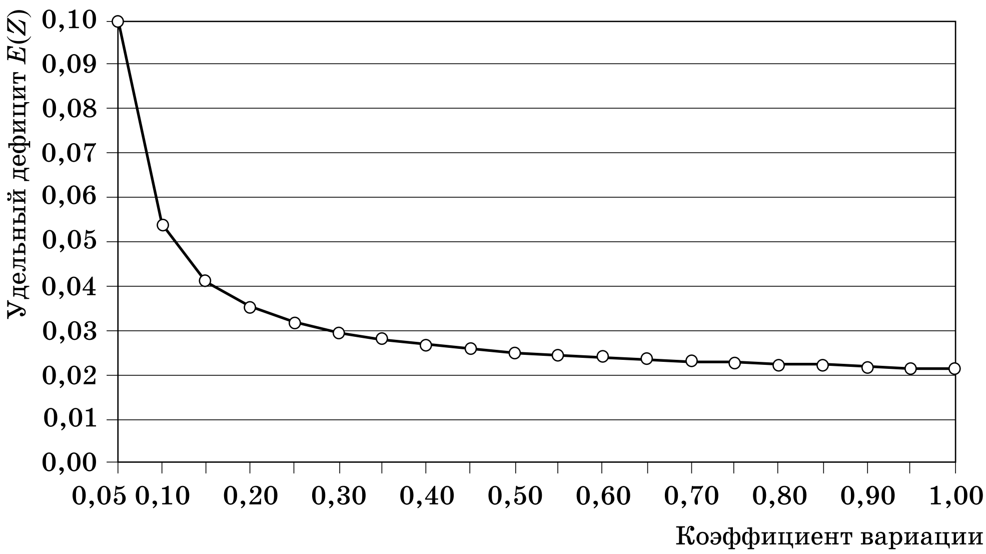

Рис. 2. Зависимость величины удельного дефицита от коэффициента вариации при $P_0 = 0{,}95$

Для ответа на этот вопрос был проведен численный анализ зависимости $M_{T_{\text{деф.}}} = f(\gamma)$ для ряда значений P_0 как параметра [Заяц, Макаров, Такина, 2007]. Как видно из рис. 3, такая зависимость налицо, а, следовательно, без введения значений коэффициента вариации γ в таблицу результатов не обойтись.

Таким образом, в ходе проведенного исследования подтверждена принципиальная правильность подхода к определению ожидаемого дефицита ресурса на складе в зависимости от вероятности его бездефицитной работы; предложены методы (либо один из методов) расчета величины такого дефицита; уточнена таблица значений удельного дефицита путем ее существенного расширения за счет введения в рассмотрение еще одного параметра — коэффициента вариации спроса на ресурс.

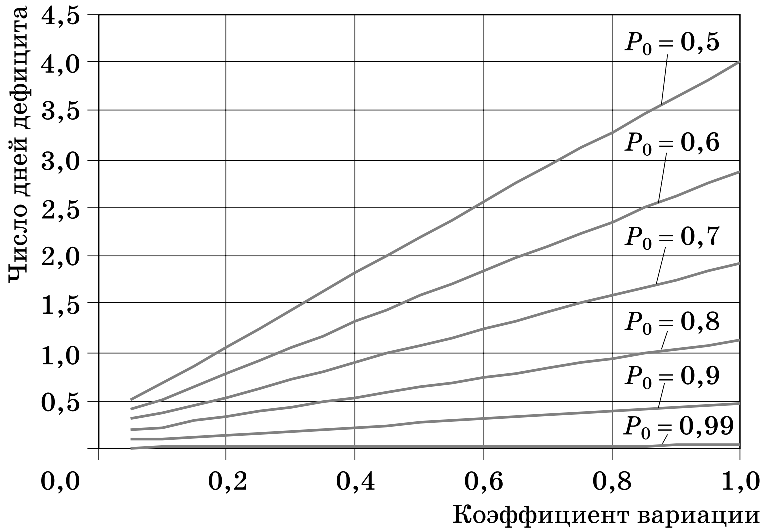

Рис. 3. График зависимости $M_{T\text{деф.}} = f(\gamma)$ для шести значений P_0

Остался открытым третий из поставленных вопросов — об области применения метода расчета удельного дефицита. Рассмотрим его подробнее.

О ГРАНИЦАХ ПРИМЕНИМОСТИ МЕТОДА РАСЧЕТА ОЖИДАЕМОГО ДЕФИЦИТА

Р. Браун исходит из предположения о сохранении нормального закона потребления ресурса для любого временного интервала. Обоснованием этого служат центральные предельные теоремы (ЦПТ). Согласно ЦПТ, сумма случайных слагаемых при неограниченном увеличении их числа распределена по нормальному закону, каков бы ни был закон распределения каждого из них [Гнеденко, 2001]. Таким образом, применимость метода Брауна, а вместе с ним и метода, предлагаемого авторами, в первую очередь определяется выполнением условий ЦПТ в задачах управления запасами.

Поскольку ЦПТ требуют большого числа слагаемых, то на один учетный интервал (например, день) должно попадать достаточно много единичных заказов. Необходимое их число за день можно оценить, используя следующий факт: сумма двенадцати *равномерно* распределенных величин практически неотличима от нормальной величины [Ермаков, Михайлов, 1982]. Если распределение объема единичных партий отпускаемого ресурса отличается от равномерного, то указанное критическое число партий несколько изменяется и колеблется от 10 до 15 штук в день. При меньшей активности клиентов для применения ЦПТ нужно укрупнять учетные интервалы до двух дней, недели и т. п.

Приведенное ограничение решает проблему нормальности, если ни одна из отпускаемых за день партий ресурса не преобладает в общей сумме выдачи за день. В ЦПТ для исключения этого ставятся специальные условия, например условие Линдеберга [Гнеденко, 2001]. Их физический смысл прост: дисперсия любого единичного заказа должна быть существенно меньше дисперсии всего ежедневного потребления.

В складских задачах контингент потребителей часто неоднороден (индивидуальные потребители, мелкие, средние, крупные фирмы и т. п.). Соответственно, не исключается доминирование небольшой части клиентов в общем обороте склада. Если численность доминирующей группы меньше указанного выше критического значения, то нормальность потребления следует проверить численно методами математической статистики. Используются выборка значений ежедневного потребления за предшествующий период и критерии согласия. Обычно применяют критерий χ^2, однако в специальной литературе подробно описаны и более мощные критерии нормальности [Степнов, 1985].

Нормальность распределения потребления является необходимым, но отнюдь не достаточным условием применимости рассматриваемого метода. Ранее уже отмечалось, что прогнозирование спроса, а следовательно, и управление запасами может быть успешным только для сравнительно небольших значений коэффициента вариации потребления γ. Докажем, что это условие принципиально важно при нормальной аппроксимации закона потребления. Для этого обратимся к рис. 4, на котором приведены графики плотности вероятности $f(x)$ ежедневного потребления ресурса со склада.

Рисунок 4*а* отвечает большему коэффициенту вариации $\gamma = 1$, для которого, как было показано выше, и строил свою таблицу Р. Браун. Видно, что в положительной области нормальная аппроксимация дает здесь приемлемый результат, однако она допускает отрицательные значения интенсивности потребления, причем отрицательный «хвост» распределения быстро увеличивается с ростом γ.

Вероятность S отрицательных значений потребления определяется равенством:

$$S = \mathcal{P}\{I < 0\} = \int_{-\infty}^{0} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_I} e^{-\frac{(x-M_I)^2}{2\sigma_I^2}} dx \qquad (13)$$

и выражается через функцию накопленной вероятности в виде:

$$S = F(-1/\gamma) = 1 - F(1/\gamma). \qquad (14)$$

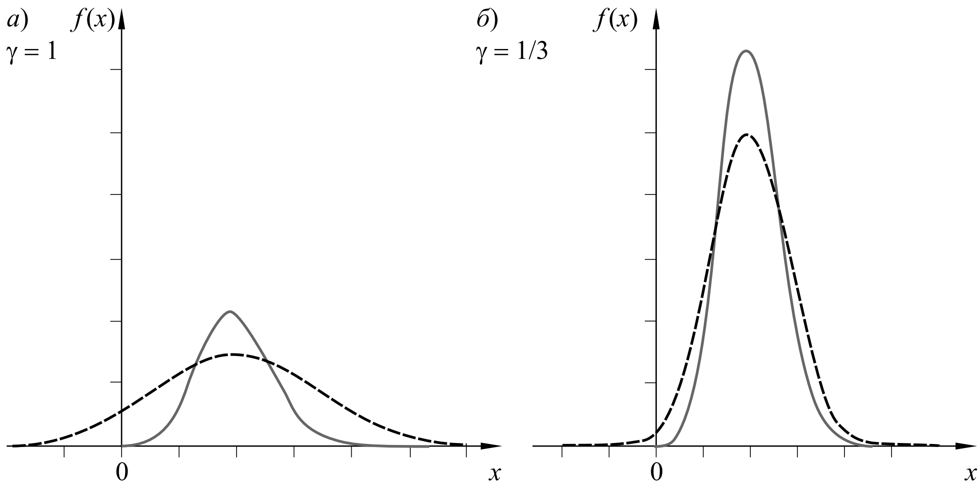

Рис. 4. Точный закон распределения потребления ресурса (сплошная линия) и его аппроксимация (пунктир)

Численная зависимость S от γ представлена в табл. 2.

Таблица 2

Зависимость S от γ

γ	0,248	0,269	0,323	0,429	0,781	1
S	0,00001	0,0001	0,001	0,01	0,1	0,159

Составлено по: [Митропольский, 1972].

Согласно этой таблице, результаты, полученные Р. Брауном, относятся к случаю, когда отрицательные значения потребления ресурса допускаются с вероятностью почти 16%, что является слишком грубым приближением к реальности. Если ограничить погрешность модели десятыми долями процента, то коэффициент вариации γ не должен превосходить 30–40%, что вполне соответствует действительности.

Тем не менее в практике логистических расчетов иногда встречаются задачи, когда потребление либо не является нормальным, либо хотя и может считаться таковым, но характеризуется слишком большим значением γ. Как решать такие задачи?

Ответ можно найти в работах самого Р. Брауна, который рекомендовал в подобных случаях применять метод Монте-Карло [Brown, 1959]. В этом методе на основе выборки значений потребления за предшествующий период вначале проводится оценка закона распределения $f(x)$. На основе выявленного закона методами статистического моделирования [Ермаков, Михайлов, 1982] разыгрывается выборка ежедневного потребления ресурса за достаточно длительный период. Полученные реализации характеристик работы склада затем обрабатываются статистическим путем так, словно они наблюдались на практике. Искомые значения ожидаемого дефицита $M_{H_{деф.}}$ получаются численно с помощью соответствующих компьютерных расчетов. Они заменяют рассчитанные аналитически с использованием выражения (11).

МЕТОД РАСЧЕТА ОЖИДАЕМОГО ОСТАТКА РЕСУРСА НА СКЛАДЕ

При кажущейся простоте получения окончательного решения задачи мы столкнулись еще с одной методической проблемой: само понятие «резервный запас» и методы его расчета, широко используемые в теории управления запасами, оказались, на наш взгляд, не всегда адекватными действительности. Резервным по определению считается тот запас, который остается на складе к моменту поступления туда очередной партии поставки при *средней* интенсивности потребления ресурса и расходуется — при интенсивности, выше средней. Однако это определение применимо лишь для детерминированных моделей управления запасами. В стохастических моделях резервный запас представлен вторым слагаемым в формуле (1), откуда явно видно, что его уровень прямо пропорционален величине $\xi(P_0)$. Тогда, если задать вероятность бездефицитной работы $P_0 < 0{,}5$, то рассчитанный по этим формулам резервный запас окажется отрицательным. Теоретически объяснить его смысл в таком случае можно (см., напр.: [Чейз, Эквилайн, Якобс, 2001]), но практически, и особенно с точки зрения учета затрат на его хранение, — нельзя. Поэтому рассмотрим подробнее формирование и методы расчета среднего запаса $H_{ср.}$.

В идеальной модели управления запасом его расчет очевиден; он вытекает из рис. 5*а*:

$$H_{ср.} = n_{пост.}/2 + H_{рез.}. \qquad (15)$$

Видно, что средний запас складывается из оборотной и резервной частей.

Это справедливо и для детерминированных моделей управления запасом (рис. 5*б*), в которых интенсивность потребления ресурса переменна, но ограничена жесткими рамками, поэтому дефицит невозможен. Средний запас на складе, усредненный по нескольким циклам потребления, здесь также складывается из резервной и оборотной составляющих, а его величина рассчитывается по той же формуле (15). Следует особо отметить, что усредненный *оборотный* запас не зависит от значения P_0 и при решении поставленной задачи остается неизменным, следовательно, на оптимизацию управления запасом влияния не оказывает. Поэтому его можно опустить и перейти к учету затрат на хранение только усредненного *резервного* запаса.

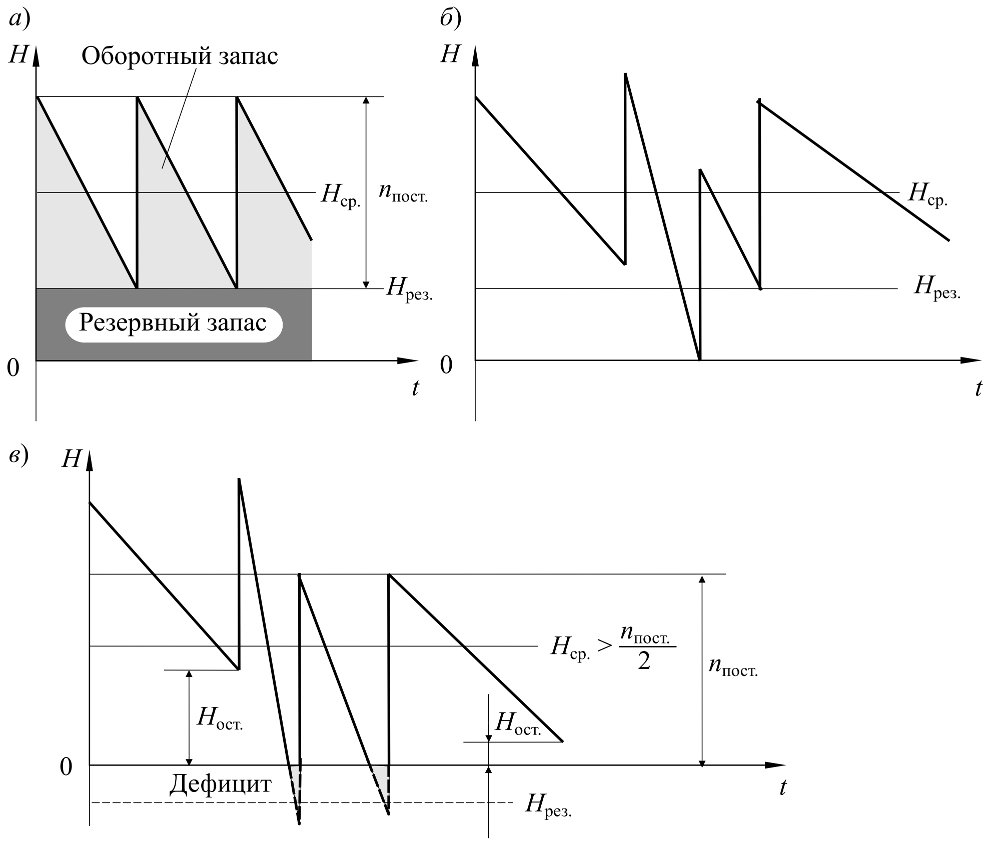

Рис. 5. Графики, иллюстрирующие варианты расчета среднего запаса на складе: *а*) для идеальной модели; *б*) для детерминированной модели с фиксированной партией поставки; *в*) для стохастической модели с фиксированной партией поставки

При стохастической постановке задачи дефицит возможен, а если $P_0 < 0{,}5$, то он наблюдается даже чаще, чем бездефицитная работа склада (рис. 5*в*). В этой ситуации оборотная часть запаса остается той же, что и в предыдущих случаях, и так же она может быть исключена из рассмотрения, но резерва не существует (по расчету он отрицателен). Однако в *бездефицитных* циклах потребления существует некоторый *остаточный* запас $H_{ост.}$, который фактически *поднимает* $H_{ср.}$ *выше уровня усредненного оборотного* запаса $n_{пост.}/2$, т. е. выполняет функцию среднего запаса, в то время как включение в расчет непосредственно $H_{рез.} < 0$ снижает $H_{ср.}$. Зададимся целью исследовать переменную $H_{ост.}$ и ее зависимость от P_0.

Будем считать, что $H_{ост.}$ — это остаточный запас ресурса на складе к моменту поступления туда очередной партии поставки. Переменная $H_{ост.}$ может принимать любые неотрицательные значения и является случайной величиной. Она определенным образом связана со случайной величиной $T_{\text{деф.}}$, а именно: если дефицит имеет место ($T_{\text{деф.}} > 0$), то $H_{\text{ост.}} = 0$; если же дефицита нет ($T_{\text{деф.}} = 0$), то переменная $H_{\text{ост.}}$ может быть только положительной ($H_{\text{ост.}} > 0$). Для уяснения закона распределения случайной величины $H_{\text{ост.}}$ введем вероятность:

$$q_x = \mathcal{P}\{H_{\text{ост.}} > x\}, \tag{16}$$

где $x \geq 0$ — произвольное неотрицательное число.

Случайное событие $H_{\text{ост.}} > x$ Эквивалентно тому, что потребление за время поставки было меньше, чем ($H_{\text{тз}} - x$). Используя нормальность закона потребления, по аналогии с (6), получаем:

$$q_x = F\left(\frac{H_{\text{тз}} - T_{\text{пост.}} M_I - x}{\sigma_I \sqrt{T_{\text{пост.}}}}\right). \tag{17}$$

Сравнивая это выражение с (6), обнаруживаем, что $q_0 = P_0$, т. е. вероятность фактического наличия ненулевого остатка совпадает с вероятностью отсутствия дефицита. Вероятность отсутствия остатка является дополнением по отношению к q_0 и выражается в виде $\mathcal{P}\{H_{\text{ост.}} = 0\} = 1 - P_0$, т. е. совпадает с вероятностью наличия дефицита. Это полностью совпадает с рассуждениями, представленными выше при введении в рассмотрение переменной $H_{\text{ост.}}$.

Сказанное также свидетельствует о том, что случайная величина $H_{\text{ост.}}$ относится к смешанному дискретно-непрерывному типу. Дискретное нулевое значение она принимает с ненулевой вероятностью $1 - P_0$, а в области положительных значений ведет себя как непрерывная случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием ($H_{\text{тз}} - T_{\text{пост.}} M_I$) и среднеквадратическим отклонением $\sigma_I \sqrt{T_{\text{пост.}}}$. Следовательно, остаток $H_{\text{ост.}}$ распределен по *усеченному нормальному* закону. Ряд преобразований позволяет получить выражение для расчета его математического ожидания:

$$M_{H_{\text{ост.}}} = (H_{\text{тз}} - T_{\text{пост.}} M_I) P_0 + \sigma_I \frac{\sqrt{T_{\text{пост.}}}}{2\pi} e^{-\frac{(H_{\text{тз}} - T_{\text{пост.}} M_I)^2}{2\sigma_I^2 \cdot T_{\text{пост.}}}}. \tag{18}$$

Видно, что резервный запас, традиционно использующийся в расчетах, представлен здесь только в виде первого слагаемого и, более того, взят с вероятностью P_0. Это логично, так как с уменьшением вероятности бездефицитной работы значимость резервного запаса в формировании среднего остатка снижается. Второе слагаемое, формирующее величину остатка, имеет весьма оригинальный вид. Исследуем его поведение при изменении P_0, а также его влияние на величину остатка.

С учетом (1) выражение (18) можно записать в более удобном виде:

$$M_{H_{\text{ост.}}} = \sigma_I \sqrt{T_{\text{пост.}}} \left(\xi(P_0) P_0 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\xi(P_0)^2}{2}} \right). \qquad (19)$$

Так как вынесенное за скобки выражение $\sigma_I \sqrt{T_{\text{пост.}}}$ не зависит от P_0 и не равно нулю, разделим на него правую и левую часть равенства (19). Получаемое в левой части отношение $R(Z) = M_{H\text{ост.}}/\sigma_I \sqrt{T_{\text{пост.}}}$ — это удельный остаток, выраженный числом среднеквадратичных отклонений, являющийся безразмерной функцией Z (или P_0). Результаты его расчета представлены в виде графиков на рис. 6.

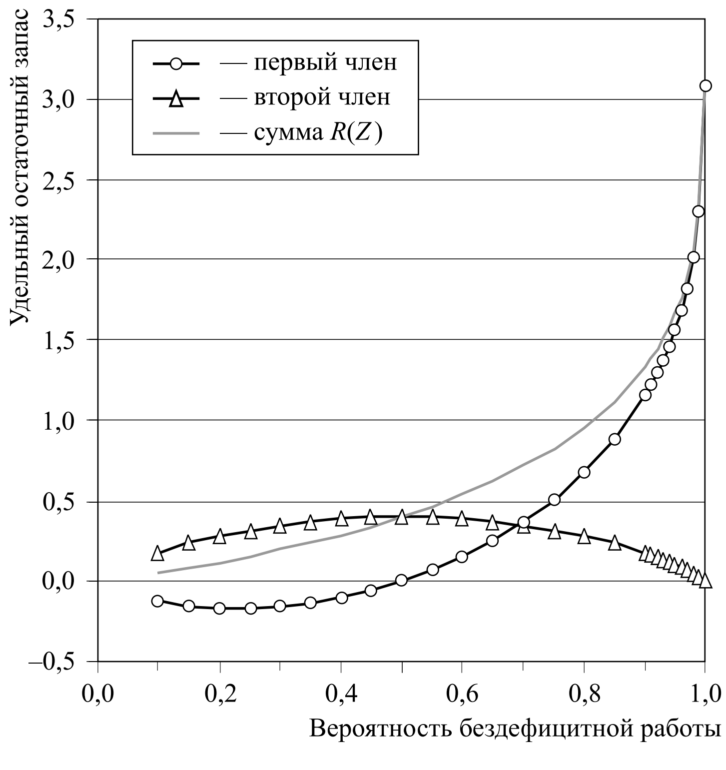

Рис. 6. Графики, иллюстрирующие формирование удельного остаточного запаса на складе согласно формуле (19) и последующим рассуждениям

Предложенный и рассчитанный нами *удельный остаточный запас* товара на складе $R(Z)$ аналогичен в концептуальном смысле введенному и рассчитанному Р. Брауном *удельному дефициту* товара $E(Z)$.

Графики на рис. 6 показывают: 1) в области высокой вероятности бездефицитной работы склада кривые резервного и остаточного запасов практически совпадают; 2) с ростом вероятности дефицита остаточный запас все в большей степени превышает резервный; 3) остаточный запас, в отличие от резервного, ни при каких значениях P_0 не уходит в область отрицательных значений и только асимптотически приближается к нулю.

Таким образом, поведение смоделированного удельного остаточного запаса в поставленной задаче более адекватно действительности, чем поведение резервного запаса, и это еще раз подтверждает, что именно он должен фигурировать в методике оптимизации складского резерва.

МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ РЕЗЕРВНОГО ЗАПАСА

Теперь обратимся непосредственно к задаче оптимизации резервного запаса. Как отмечалось, ее решение требует минимизации суммарных затрат, обусловленных наличием запаса, и потерь от дефицита ресурса на складе.

Прямо зависящие от вероятности бездефицитной работы склада уровень резервного, а с ним и уровень остаточного запаса определяют *ожидаемые затраты хранения*:

$$З_{\text{хр.}} = h\ M_{H_{\text{ост.}}}, \tag{20}$$

где h — затраты, обусловленные хранением на складе единицы товара в течение всего заданного срока.

Эти затраты, кроме обычных складских расходов, включают также: затраты на страхование запаса, потери ввиду естественной порчи и убыли, потери неликвидов из-за непредсказуемости изменения спроса, потери прибыли в результате «замораживания» в запасах оборотных средств предприятия и др.

Находящаяся в обратной зависимости от вероятности бездефицитной работы склада нехватка товара определяет *ожидаемые потери от дефицита:*

$$З_{\text{деф.}} = g\ M_{H_{\text{деф.}}}, \tag{21}$$

где g — потери от нехватки на складе единицы товара.

Состав и величина этих потерь в значительной степени зависят от того, о каком товаре идет речь. Если это исходные ресурсы: сырье, материалы, комплектующие изделия, покупной инструмент и оснастка, ГСМ и т. п., то их дефицит приводит к остановке производства и в первую очередь к потерям ввиду простоев. Как следствие, это может привести и ко вторичным потерям прибыли из-за срыва поставок готовой продукции.

Если речь идет непосредственно о дефиците готовой продукции, то очевидны потери прибыли в краткосрочном плане, однако больший вред дефицит может нанести предприятию в долгосрочном плане в результате потери имиджа надежного поставщика.

В качестве аргумента задачи оптимизации запаса можно использовать как саму величину P_0 или $\xi(P_0)$, так и точку заказа $H_{\text{тз}}$. Они связаны *моно-*

тонной зависимостью (1), и между ними существует взаимно однозначное соответствие. С математической точки зрения эти подходы равнозначны.

Используем все полученные ранее результаты для записи целевой функции задачи оптимизации:

$$\begin{aligned} З_{\Sigma} &= З_{\text{хр.}} + З_{\text{деф.}} = h \cdot M_{H_{\text{ост.}}} + g \cdot M_{H_{\text{деф.}}} = \\ &= \sigma_I \sqrt{T_{\text{пост.}}}\,(h \cdot R(Z) + g \cdot E(Z)) \to \min. \end{aligned} \quad (22)$$

Явное выражение удельного дефицита и удельного остатка следует из (12) и (19):

$$\begin{cases} E(Z) = \dfrac{1}{\gamma\sqrt{T_{\text{пост.}}}} \cdot \sum\limits_{k=0}^{T_{\text{пост.}}-1} \left[1 - F\left(Z\sqrt{\dfrac{T_{\text{пост.}}}{T_{\text{пост.}} - k}} + \dfrac{k}{\gamma\sqrt{T_{\text{пост.}} - k}} \right) \right], \\ R(Z) = Z \cdot P_0 + \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Z^2}{2}}, \end{cases} \quad (23)$$

где нормированный резервный запас Z тождественен $\xi(P_0)$. Можно доказать, что при $P_0 = 0$ производная $З_{\Sigma}$ по P_0 *отрицательна,* а при $P_0 = 1$ — *положительна,* т. е. в интервале $0 < P_0 < 1$ существует минимум функции (22), зависящий от γ как от параметра. Он и определяет решение задачи оптимизации.

Графическое решение задачи имеет вид, показанный на рис. 7. Здесь $h = 225$ руб./ед. цикл, $g = 450$ руб./ед., $\gamma = 0{,}3$, $T_{\text{пост.}} = 64$ дн., а *масштаб* затрат и потерь определен значением $M_I = 100$ ед./дн.

Таким образом, задачу оптимизации соотношения «запас — дефицит» можно считать решенной в методическом плане. Далее был поставлен вопрос о создании единой таблицы оптимальных решений, которая обеспечила бы простое, быстрое и удобное практическое использование предлагаемой методики.

Для этого необходимо привести целевую функцию к виду:

$$З_{\Sigma} = \sigma_I \sqrt{T_{\text{пост.}}} \cdot g \cdot (æ \cdot R(Z) + E(Z)) \to \min, \quad (24)$$

где $æ = h/g$ (при $g \neq 0$). Назовем æ *коэффициентом безопасности хранения запаса.* Он тем больше, чем меньше удельные потери от дефицита.

Постоянный множитель, вынесенный за скобки, не зависит от P_0 и γ и только сдвигает кривую суммарных затрат вверх или вниз по оси затрат, не меняя оптимального решения.

С учетом сделанных предположений была рассчитана таблица значений оптимальной вероятности бездефицитной работы склада $P_0^{\text{опт.}}$ для практически интересных значений коэффициентов æ и γ (табл. 3).

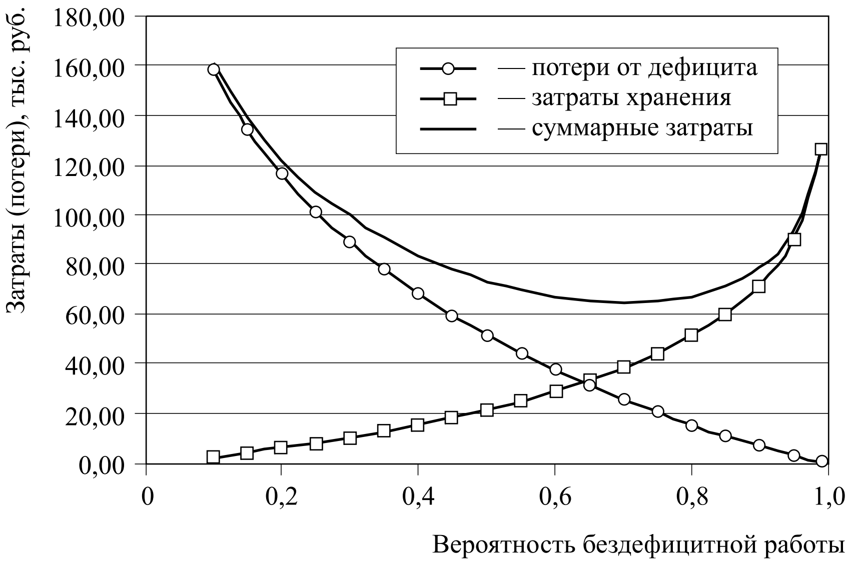

Рис. 7. Пример решения оптимизационной задачи

Таблица 3

Оптимальные значения вероятности бездефицитной работы склада ($P_0^{опт.}$) при различных сочетаниях коэффициентов æ и γ

æ	γ				
	0,1	**0,2**	**0,3**	**0,4**	**0,5**
0,25	0,8902	0,8490	0,8323	0,8229	0,8167
0,50	0,7781	0,7230	0,7028	0,6919	0,6849
0,75	0,6808	0,6249	0,6053	0,5950	0,5883
1,00	0,5998	0,5480	0,5303	0,5210	0,5150
1,25	0,5331	0,4868	0,4711	0,4629	0,4576
1,50	0,4780	0,4373	0,4234	0,4162	0,4115
1,75	0,4322	0,3965	0,3843	0,3779	0,3738
2,00	0,3937	0,3624	0,3516	0,3460	0,3423
2,25	0,3611	0,3335	0,3240	0,3189	0,3157
2,50	0,3332	0,3088	0,3003	0,2958	0,2929
2,75	0,3090	0,2874	0,2798	0,2757	0,2731
3,00	0,2880	0,2687	0,2618	0,2582	0,2558
3,25	0,2696	0,2523	0,2460	0,2427	0,2406
3,50	0,2533	0,2377	0,2320	0,2290	0,2270
3,75	0,2388	0,2247	0,2195	0,2167	0,2149
4,00	0,2258	0,2130	0,2083	0,2057	0,2041

Использование табл 3 существенно упрощает процесс принятия управленческого решения о величине оптимального запаса на складе. На практике для этого необходимо собрать информацию о величине затрат на хранение товара и потерь ввиду его дефицита, соотношение которых формирует значение коэффициента æ. На основе статистики спроса можно сделать прогноз математического ожидания и среднеквадратичного отклонения будущей интенсивности потребления товара со склада. Соотношение двух последних величин формирует значение коэффициента γ.

Значение вероятности бездефицитной работы $P_0^{\text{опт.}}$, находящееся на пересечении строки и столбца, соответствующих полученным æ и γ, и будет определять точку оптимума. Суммарные затраты, представленные в виде целевой функции задачи (22), при этом значении P_0 будут минимальны. На основе полученного значения $P_0^{\text{опт.}}$ рассчитываются все параметры управления запасом.

Значения $Z_{\text{опт.}}$ в рабочем диапазоне изменения безразмерных (относительных) параметров работы склада æ и γ приведены в табл. 4.

Таблица 4

Оптимальный нормированный резервный запас $Z_{\text{опт.}}$ при различных сочетаниях коэффициентов æ и γ

æ	γ				
	0,1	**0,2**	**0,3**	**0,4**	**0,5**
0,25	1,2276	1,0322	0,9633	0,9265	0,9029
0,50	0,7658	0,5918	0,5325	0,5012	0,4814
0,75	0,4699	0,3184	0,2671	0,2404	0,2232
1,00	0,2528	0,1206	0,0760	0,0527	0,0376
1,25	0,0831	–0,0331	–0,0725	–0,0931	–0,1065
1,50	–0,0552	–0,1578	–0,1932	–0,2116	–0,2237
1,75	–0,1708	–0,2624	–0,2942	–0,3110	–0,3218
2,00	–0,2697	–0,3521	–0,3810	–0,3961	–0,4062
2,25	–0,3555	–0,4303	–0,4565	–0,4708	–0,4798
2,50	–0,4311	–0,4993	–0,5235	–0,5365	–0,5449
2,75	–0,4987	–0,5610	–0,5834	–0,5957	–0,6035
3,00	–0,5592	–0,6167	–0,6378	–0,6489	–0,6563
3,25	–0,6140	–0,6673	–0,6871	–0,6976	–0,7044
3,50	–0,6641	–0,7137	–0,7323	–0,7421	–0,7488
3,75	–0,7102	–0,7564	–0,7739	–0,7834	–0,7895
4,00	–0,7528	–0,7961	–0,8123	–0,8214	–0,8271

ПРИМЕР ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСОМ

Использование предложенной методики для управления запасами на практике позволит получить ощутимый экономический эффект. Покажем это на примере.

Пусть ежедневное потребление ресурса со склада характеризуется параметрами: $M_I = 100$ ед./дн., $\sigma_I = 30$ ед./дн., т. е. $\gamma = 0{,}3$; удельные затраты хранения составляют $h = 225$ руб./ед. цикл, потери от дефицита $g = 450$ руб./ед., т. е. $æ = 0{,}5$; $T_{\text{пост.}} = 64$ дня. Зададим желаемое значение $P_0 = 0{,}95$ без учета возможности оптимизации этого параметра. Тогда по табл. 1 находим нормированный резервный запас $Z = 1{,}64$ и удельный дефицит $E(Z) = 0{,}0294$, рассчитываем по формуле (1) точку заказа $H_{\text{тз}} = 6794$ ед. и по формуле (12) ожидаемый дефицит за один цикл потребления $M_{H_{\text{деф.}}} \approx 7$ ед. По формуле (19) может быть рассчитан ожидаемый средний остаток ресурса на складе $M_{H_{\text{ост.}}} \approx 400$ ед. Тогда значение целевой функции составит 93,15 тыс. руб.

Оптимальная стратегия управления, представленная в табл. 4, дает $Z_{\text{опт.}} = 0{,}5325$ ($P_0^{\text{опт.}} \approx 70\%$). По табл. 1 отыскиваем $E(Z) = 0{,}2391$ и рассчитываем $M_{H_{\text{деф.}}} \approx 57$ ед. Расчет среднего остатка дает $M_{H_{\text{ост.}}} \approx 171{,}5$ ед. Хорошо видно, что со снижением вероятности бездефицитной работы склада ожидаемый дефицит растет, но средний остаток снижается. В результате значение целевой функции уменьшается до 64,24 тыс. руб. (рис. 7). Эффект оптимизации значителен.

Чтобы показать экономическое преимущество предлагаемой методики по сравнению с методом Брауна, представим, что менеджер-логист задался целью обеспечить тот же *уровень покрытия спроса* [Чейз, Эквилайн, Якобс, 2001], а значит, и тот же объем дефицита, что и в предыдущем расчете при $P_0^{\text{опт.}} \approx 70\%$. Но при этом он обратился к таблице Брауна, чтобы определить вероятность P_0, которую ему надо заложить в основу управления запасом. Формально эти действия могут быть записаны так: на основе $M_{H_{\text{деф.}}} = 57$ ед., рассчитано $E(Z) = 0{,}2375$. По этому значению в табл. 1 в столбце $\gamma = 1$ (другого у Брауна не было) получено: $Z \approx 0{,}39$, $P_0 = 0{,}65$.

Чтобы оценить реальный удельный дефицит, который будет получен при таком управлении, возьмем значение $E(Z) = 0{,}2921$ из столбца $\gamma = 0{,}3$ той же строки табл. 1. Ему соответствует $M_{H_{\text{деф.}}} \approx 70$ ед. Вероятности бездефицитной работы 65% соответствует $M_{H_{\text{ост.}}} \approx 149$ ед. В результате значение целевой функции увеличилось до 65,02 тыс. руб. Увеличение незначительное, но и оно свидетельствует о неэффективности решения, принятого на основе таблицы Брауна.

Дальнейшее исследование показало, что с ростом значения æ преимущество предлагаемой методики по сравнению с методом Брауна заметно возрастает.

Литература

Бауэрсокс Д. Д., Клосс Д. Д. Логистика: интегрированная цепь поставок. М.: Олимп-Бизнес, 2001.

Букан Дж., Кенигсберг Э. Научное управление запасами. М.: Наука, 1967.

Вумек Д., Джонс Д. Бережливое производство: Как избавиться от потерь и добиться процветания Вашей компании. М.: Альпина Бизнес Букс, 2004.

Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М.: Эдиториал УРСС, 2001.

Джигарджян О. Л., Рубальский Г. Б. Модели управления запасами с винеровским спросом. М.: ВЦ АН СССР, 1988.

Джонсон Д., Вуд Д., Вордлоу Д., Мерфи-мл. П. Современная логистика. 7-е изд. М.: Вильямс, 2004.

Долгов А. П., Козлов В. К., Уваров С. А. Логистический менеджмент фирмы: концепция, методы и модели. СПб.: СПбГУЭФ, 2004.

Долгов А. П., Уваров С. А. Логистический менеджмент. Управление запасами. СПб.: СПбГУЭФ, 2003.

Ермаков С. М., Михайлов Г. А. Курс статистического моделирования. М.: Наука, 1982.

Исследование операций в экономике / Под ред. проф. Н. Ш. Кремера. М.: ЮНИТИ, 2006.

Кофман А. Методы и модели исследования операций. М.: Мир, 1966.

Макаров В. М. Логистика. Управление запасами в логистических системах. СПб.: СПбГПУ, 2006.

Макаров В. М., Заяц О. И., Семенова С. В. Метод оптимизации резервного запаса // Логистика и управление цепями поставок. 2005. № 5.

Заяц О. И., Макаров В. М., Такина С. В. Методика оптимизации резервного запаса на складе // Сборник статей германо-российской конференции по логистике «Логистичекое взаимодействие» / Под ред. Д. А. Иванова и др. СПб.: СПбГПУ, 2007.

Митропольский А. К. Интеграл вероятностей. Л.: ЛГУ, 1972.

Модели и методы теории логистики / Под ред. В. С. Лукинского. СПб.: Питер, 2007.

Рубальский Г. Б. Управление запасами при случайном спросе (модели с непрерывным временем). М.: Советское радио, 1977.

Рыжиков Ю. И. Теория очередей и управление запасами. СПб.: Питер, 2001.

Степнов М. Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний. М.: Машиностроение, 1985.

Сток Д. Р., Ламберт Д. М. Стратегическое управление логистикой. М.: ИНФРА-М, 2005.

Чейз Р. Б., Эквилайн Н. Д., Якобс Р. Ф. Производственный и операционный менеджмент. М.: Вильямс, 2001.

Черчмен У. , Акоф Р., Арноф Л. Введение в исследование операций. М.: Наука, 1968.

Arrow K. J., Harris T., Marschak J. Optimal Inventory Policy // Econometrica. 1951. Vol. 19. N 3. P. 250–272.

Ballou R. H. Business Logistics Management. N. Y.: Prentice Hall, 1991.

Brown R. G. Statistical Forecasting for Inventory Control. N. Y. McGrow-Hill, 1959.

Brown R. G. Decision Rules for Inventory Management. N. Y.: Holt, Rinehart&Winston, 1967.

Статья поступила в редакцию 8 июня 2007 г.